

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Institut dopravy

Optimalizace umístění stacionárních nabíjecích stanic  
pro elektrobusy v podmínkách Dopravního podniku

Ostrava, a.s.

Optimisation of Location of Stationary Recharging  
Stations for Electric Buses in the Conditions  
of Dopravní podnik Ostrava, a.s.

Student:

Bc. Lukáš Heřman

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.

OSTRAVA 2010

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Lukáš Heřman**

Studijní program: N2301 Strojní inženýrství

Studijní obor: 2301T003 Dopravní technika a technologie

Specializace: 30 Technologie dopravy

Téma: Optimalizace rozmístění stacionárních nabíjecích stanic pro elektrobusy  
v podmínkách Dopravního podniku Ostrava, a.s.  
Optimisation of Location of Stationary Recharging Stations for Electric  
Buses in the Conditions of Dopravní podnik Ostrava, a.s.

Zásady pro vypracování:

Úvod

1. Obecná charakteristika procesu zavádění provozu elektrobusů v podmínkách DPO, a.s.
2. Vymezení rámce optimalizace - formulace rozhodujících faktorů pro řešení zadaného tématu
3. Návrh matematického modelu pro řešení úlohy
4. Příprava vstupních dat pro matematický model
5. Výpočetní experimenty s navrženým modelem
6. Zhodnocení dosažených výsledků a formulace doporučení

Závěr

Seznam doporučené odborné literatury:

Černý, J.; Kluvánek, P. Základy matematické teorie dopravy. Bratislava: VEDA. 1990. ISBN 80-224-0099-8

Janáček, J. Matematické programování. Žilina: Žilinská univerzita v Žilině. 2. vydání. 2003. 225 s. ISBN 80-8070-054-0

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Dušan Teichmann, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012

doc. Ing. Vladimír Smrž, Ph.D.  
vedoucí katedry



prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

### **Místopřísežné prohlášení studenta**

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě .....

.....

podpis studenta

### **Prohlašuji, že**

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou (bakalářskou) práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou (bakalářskou) práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová (bakalářská) práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou (bakalářskou) práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě :.....

.....  
podpis

Jméno a příjmení autora práce:

Lukáš Heřman

Adresa trvalého pobytu autora práce:

V. Košaře 3/123, Ostrava - Dubina

Na tomto místě bych chtěl poděkovat panu Ing. Robertu Hackenbergovi z Dopravního podniku Ostrava, a.s. za poskytnutí informací a vstupních podkladů k řešení diplomové práce. Poděkování dále patří paní doc. Ing. Ľudmile Jánošíkové, Ph.D. vedoucí Katedry dopravných sietí Fakulty riadenia a informatiky Žilinskej univerzity v Žilině za konzultační činnost a umožnění řešení v práci sestavených modelů v profesionální verzi optimalizačního software Xpress-IVE, bez níž by vyřešení sestavených modelů nebylo možné. Dále bych chtěl také poděkovat vedoucímu diplomové práce panu Ing. Dušanu Teichmannovi, Ph.D. za konzultační činnost k řešení této diplomové práce.

## **ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

HEŘMAN, L. Optimalizace umístění stacionárních nabíjecích stanic pro elektrobuses v podmínkách Dopravního podniku Ostrava, a.s.: diplomová práce. Ostrava : VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2012, 92 s. Vedoucí práce : Teichmann, D.

Diplomová práce se zabývá analýzou stávajících oběhů autobusů v provozu Dopravního podniku Ostrava, a.s. s cílem navrhnout výměnu autobusů za elektrobuses a v dopravní síti efektivně navrhnout chybějící infrastrukturu. V úvodní analytické části práce je pozornost věnována studii úskalí provozu elektrobuses a stanovení rozhodujících omezení ovlivňující řešení problematiky. Na závěr analytické práce je vybrán způsob řešení. V návrhové části práce je sestaven matematický model úlohy a dále je přistoupeno k výpočetní části práce, kde jsou provedeny experimenty s matematickým modelem. V závěrečné části jsou výsledky experimentů zhodnoceny a jsou formulovány doporučené řešení problému.

## **ANNOTATION OF BACHELOR THESIS**

HEŘMAN, L. Optimisation of Location of Stationary Recharging Stations for Electric Buses in the Conditions of Dopravní podnik Ostrava, a.s.: Bachelor Thesis. Ostrava : VŠB – Technical university of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Transport, 2012, 92 p. Thesis head : Teichmann, D.

The goal of this thesis is to analysis of the existing circulation of buses in Dopravní podnik Ostrava, a.s. to draft a replacement the electric buses for the current buses and effectively design the missing infrastructure in the transport network. In the introductory part is describes transport technology of electric buses and determination of the key constraints affecting the solution of the problem. In the final of analytical part is chosen a method, which be used to solve the problem of location of stationary recharging stations. In the design part is constructed mathematical model of the role and further proceeded to the computational work, where experiments are performed with the mathematical model. In the final part of the thesis are experimental results evaluated and then are formulated recommendations of the problem.

# Obsah

Obsah .....	1
Seznam použitých značek a symbolů .....	3
Úvod.....	4
1    Obecná charakteristika procesu zavádění provozu elektrobuse v podmínkách DPO, a.s. ....	6
1.1    Základní pojmy .....	6
1.2    Stávající technologie provozu autobusů městské hromadné dopravy .....	7
1.3    Úskalí zavádění provozu elektrobuse v MHD .....	9
2    Vymezení rámce optimalizace – formulace rozhodujících faktorů pro řešení zadaného problému .....	11
2.1    Technologie nabíjení vozidel .....	12
2.2    Pravidla pro identifikaci oběhů potencionálních pro nasazení elektrobuse.....	14
2.3    Výběr vhodných lokalit pro vybudování stacionárních nabíjecích stanic .....	15
2.4    Teoretická východiska řešení problému .....	17
2.5    Vstupní údaje potřebné pro řešení problému .....	20
3    Návrh matematického modelu pro řešení úlohy .....	25
3.1    Lokační úloha.....	25
3.2    Filosofie tvorby modelu rozhodovacího problému o umístění stacionárních nabíjecích stanic pro elektrobuse .....	27
3.3    Geneze tvorby modelu .....	29
3.4    Konečná verze matematického modelu .....	35
4    Příprava vstupních dat pro matematický model.....	39
4.1    Identifikace oběhů vhodných k nasazení elektrobuse .....	39
4.2    Sestavení matice vzdáleností .....	42
4.3    Sestavení matice spotřeb .....	45
4.4    Sestavení matice disponibilních vzdáleností .....	47
4.5    Stanovení ostatních veličin vystupujících v matematickém modelu .....	48
4.6    Popis prostředí optimalizačního software Xpress-IVE.....	50
4.7    Transformace matematického modelu řešeného problému do textu programu...	50
5    Výpočetní experimenty s navrženým modelem.....	56
5.1    Experiment č. 1 s matematickým modelem zohledňující provoz elektrobuse po dobu půl roku .....	57

5.2	Experiment č. 2 s matematickým modelem zohledňující 1 rok provozu elektrobusů .....	65
5.3	Experiment č. 3 s matematickým modelem zohledňující provoz elektrobusů po dobu 2 let.....	71
5.4	Experiment č. 4 s matematickým modelem zohledňující provoz elektrobusů po dobu čtyř roků .....	78
5.5	Shrnutí experimentů.....	80
6	Zhodnocení dosažených výsledků a formulace doporučení .....	81
6.1	Posouzení variant řešení .....	81
6.2	Zhodnocení výsledků řešeného problému .....	82
6.3	Formulace doporučení .....	88
	Závěr .....	89
	Seznam použitých pramenů .....	91
	Seznam příloh .....	92



## Seznam použitých značek a symbolů

DPO, a.s.	Dopravní podnik Ostrava, a.s.
MHD	Městská hromadná doprava
SOR	Značka elektrobusu
OS	Optimalizační software
MOSEL	programovací jazyk textu programu v OS Xpress-IVE
ÚF	Účelová funkce
SOP	Soustava omezujících podmínek
vozk <sub>m</sub>	jednotka vozokilometr (vozidlo * km)

# Úvod

Průmyslová revoluce byla jedním z nejdůležitějších období v historii lidstva, díky níž se v industrializovaných zemích postupem času zvýšila životní úroveň. Důsledky průmyslové revoluce neměly ovšem pouze pozitivní dopad. Rozvoj a snaha o neustálé zvyšování životní úrovně si pochopitelně vybírá daň a to zejména v oblasti zhoršování životního prostředí, přičemž v současnosti je zhoršující se stav životního prostředí jedním z celosvětově nejrozšířenějších problémů.

Proto veškerá opatření, která podniky ve své činnosti vykonávají, by měla být posuzována z několika základních hledisek, která rozhodují pro jejich konečnou implementaci. Vedle hlediska funkčního, bezpečnostního, ekonomického a estetického získává vzhledem k současnému stavu životního prostředí stále větší význam také hledisko ekologické. Existují případy, kdy tíha narušení současného stavu životního prostředí donutila některé podniky přistupovat ke krokům, jakými jsou například činnosti vedoucí k omezování výroby. Tyto a jim podobná opatření ovšem nelze považovat za jediná významná opatření snižující znečišťování životního prostředí, v tomto případě zejména ovzduší. Jedním z faktorů, které se nejvíce podílejí na znečišťování ovzduší, je totiž automobilová doprava. V ČR je tento stav charakteristický zejména pro velké městské aglomerace, k nimž se nepochybně řadí i Ostravsko. Emise produkované průmyslovými komplexy, domácnostmi a současný objem automobilové dopravy společně se zhoršujícími rozptylovými podmínkami často způsobují smogovou situaci, která enormně zatěžuje obyvatelstvo žijící na území města Ostravy a v blízkém okolí. Toho jsou si vědomy i dopravní firmy operující na Ostravsku, mezi jinými i Dopravní podnik Ostrava, a.s., který v rámci ekologizace městské hromadné dopravy začal připravovat projekt postupné náhrady autobusů se spalovacími motory za autobusy na akumulovanou energii, jinak řečeno elektrobusy.

Využití elektrobusů skýtá mnoho výhod, tou největší a rozhodující je ekologický provoz na území města, který je v současné době hlavním kritériem podporujícím jejich zařazení do vozidlového parku. Ve srovnání s tím je nevýhodou elektrobusů jejich malá dojezdová vzdálenost, díky níž vzniká potřeba vozidel nabíjet jejich trakční baterie nejen po odstavení do garáží nebo na jiných odstavných stanovištích, ale i v průběhu samotného provozu. Z těchto důvodů a z důvodu značné rozlehlosti sítě linek je dopravní infrastrukturu (mimo garáže a odstavné stanoviště) nutno vybavit o nabíjecí stanice,

ve kterých se budou vozidla systematicky shromažďovat s požadavky na nabíjení svých trakčních baterií. Vzniká tím tak otázka, kde v dopravní síti vhodně umístit stacionární nabíjecí stanice za předpokladu, že budou elektrobusesy zařazeny do provozu a za tímto účelem je ve spolupráci s Dopravním podnikem Ostrava, a.s. vypracována tato diplomová práce.

Cílem práce je analyzovat současný stav provozu autobusů na linkách z pohledu jejich možné náhrady elektrobusesy, pro vhodné oběhy, na které mohou být nasazeny elektrobusesy, stanovit harmonogram, podle kterého budou jednotlivé elektrobusesy odjíždět do nabíjecích stanic a také stanovit, ve kterých nabíjecích stanicích má nabíjení konkrétních vozidel probíhat v případě, že bude nutno vybudovat více nabíjecích stanic situovaných v různých lokalitách.

I když je záměr z ekologického hlediska podpořen v plném rozsahu, nelze opomenout, jaký bude mít výstavba chybějící infrastruktury a následný elektrifikovaný provoz ekonomický dopad. V zájmu zadavatele je, aby tento provoz byl z hlediska jeho nákladů v zadaných podmínkách co nejlevnější. Pro efektivní naplánování umístění nabíjecích stanic a provozu elektrobusesy v dopravní síti je proto využito metod operačního výzkumu.

Mezi disciplíny zahrnuté pod operační výzkum patří lineární programování, které představuje exaktní metodu pro podporu rozhodování. Využití nalézá v úlohách, které lze popsat lineárními modely, to znamená, že všechny matematické funkce v modelu jsou lineární. Při řešení úlohy v zadaných podmínkách dojde použitím lineárního modelu k nalezení optimálního řešení. Pokud se vyskytnou v modelu nelinearity, je snaha transformovat nelineární model na lineární tak, aby nebyla snížena kvalita výsledků. Výhodou lineárního programování je totiž snadná řešitelnost sestavených modelů, protože existuje poměrně velká dostupnost v oblasti výkonných optimalizačních software.

# 1 Obecná charakteristika procesu zavádění provozu elektrobuseů v podmínkách DPO, a.s.

Budoucnost dopravy se v současnosti stále častěji spojuje i s „elektromobilitou“. Jak již bylo zmíněno, hlavním kritériem, proč by měl být zahájen provoz elektrobuseů v rámci městské hromadné dopravy, je jejich ekologický provoz. Díky tomu, že je vozidlo poháněnou akumulovanou elektrickou energií, nevznikají na území, kde je elektrobuse použit, z jeho provozu exhalace, které způsobují znečištění životního prostředí. Když bude pominut fakt, že elektrobuse je opatřen naftovým topným systémem, tak je životní prostředí v tomto území zatěžováno nulovými emisemi. Vedle této výhody se zde objevuje i další, již méně zmiňovaná, ale neméně důležitá výhoda, a tou je jejich tichý provoz, jelikož jediný hluk způsobený elektrobusem je hluk způsobený jízdou pneumatiky ve styku s pozemní komunikací.

Za účelem lepší interpretace některých termínů použitých v textu práce je vhodné na úvod jednu podkapitolu vymezit specifickým pojmem, se kterými bude dále v textu pracováno.

## 1.1 Základní pojmy

- **Směna** – období práce řidiče zpravidla v rámci jednoho dne, přičemž období práce může být souvislé nebo dělené. V podmínkách DPO, a.s., jsou aplikovány všechny čtyři druhy směn vyskytujících se v MHD – ranní, odpolední, noční a dělená.
- **Linka** – systém obsluhy určité trasy označený číslem, kterým je linka odlišena od ostatních.
- **Kmenová linka** – linka, které je vozidlo v průběhu směny přiděleno.
- **Kurs** – evidenční číslo oběhu na kmenové lince (tento pojem je nutno zavést, protože některá vozidla obsluhují v průběhu směny i spoje jiných linek).
- **Oběh** – je charakterizován číslem kmenové linky a kursu. Je to plán obsluhy spojující v rámci jedné směny.
- **Režijní jízda bez cestujících** – neproduktivně jízda autobusu nutná k přejezdu z cílové konečné zastávky nebo jiné nácestné zastávky navštívené v rámci dané směny nebo její

části jako poslední do garáží nebo jiného odstavného stanoviště a z garáží nebo jiného odstavného stanoviště na výchozí konečnou zastávku nebo jinou nácestnou zastávku navštívenou v rámci dělené směny nebo její části jako první.

- **Neproduktivně ujetá vzdálenost** – pojem používaný v rámci práce. Představuje vzdálenost, kterou je nucen elektrobuses překonat od cílové konečné zastávky nebo svého odstavného stanoviště k nabíjecí stanici a zpět ke své výchozí konečné zastávce nebo svému odstavnému stanovišti. Součástí neproduktivně ujeté vzdálenosti není režijní jízda bez cestujících tak, jak je chápána v předchozím odstavci. V praktickém řešení by se ovšem o režijní jízdu bez cestujících jednalo.
- **Skupina spojů** – sled po sobě jdoucích spojů, mezi kterými se nenalézá přestávka vhodná pro rozhodování o nabíjení elektrobuses. Skupinu spojů může tvořit i jeden spoj.
- **Spotřeba skupiny spojů** – kilometrická vzdálenost, kterou autobus (elektrobuses) ujede v rámci jedné skupiny spojů.
- **Vzdálenostní potenciál** – vzdálenost, kterou je elektrobuses schopen vzhledem ke své zůstatkové energii. Po nabití trakční baterie na maximální kapacitu je i vzdálenostní potenciál maximální.
- **Disponibilní doba** – doba, vztahující se k přestávce vhodné pro nabíjení elektrobuses. Je to doba, kterou má mezi skupinami spojů elektrobuses k dispozici nad rámec nejkratšího možného nabíjení 15 minut.
- **Obsaditelnost** – kapacita vozidla ze statického hlediska. Je dána maximálním počtem osob, který se může ve vozidle nacházet v konkrétním okamžiku. Zjišťuje se jako součet počtu míst k sezení a počtu míst ke stání.

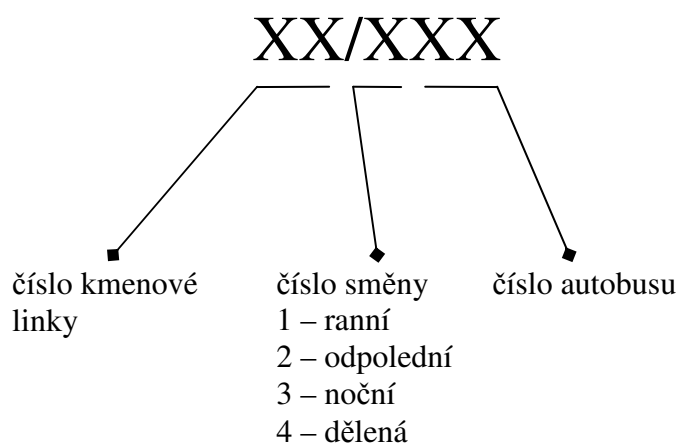
Další podkapitola bude věnována stručnému popisu stávajícího technologie provozu autobusů, vztahmo k řešené problematice.

## ***1.2 Stávající technologie provozu autobusů městské hromadné dopravy***

Provoz autobusové hromadné dopravy je rozdělen na linky, jedná se tedy o linkovou dopravu. Doba provozu na linkách je rozdělena na směny. Na linkách se mohou vyskytovat směny ranní, odpolední, noční a dělené směny, přičemž dělenou směnou se rozumí směna,

kteřá je rozdělená do dvou částí, kdy první část probíhá po určitou dobu v ranním období a druhá část v odpoledním období, a to za účelem vyrovnání přepravní nerovnoměrnosti, resp. posílení nabídky spojů v ranních a odpoledních špičkách. V autobusové dopravě zajišťované DPO, a.s. se vyskytují všechny uvedené typy linek. Nejčtenější jsou obsluhované ranními, odpoledními a dělenými směny, resp. jejich kombinacemi. Mimo tyto linky se lze setkat i s linkami, jejímž hlavním úkolem je pokrytí specifické přepravní poptávky během dne, jakými jsou například požadavky přepravy zaměstnanců do podniků v ranních, odpoledních, či nočních hodinách, nebo linky provozované pouze na nočních směnách.

Každé lince jsou v jednotlivých typech směn přiřazeny oběhy vozidel. Počet oběhů na linkách přidělených jednotlivým typům směn závisí na rozsahu přepravní poptávky a jejím rozložení v denní době v relaci, ve které je linka provozována. Každému oběhu je přiřazena směna a vozidlo, sporadicky je jednomu oběhu přiřazeno více vozidel s různou obsaditelností, případný výskyt se děje za předpokladu, že se v průběhu dne nebo roku vyskytuje různá přepravní poptávka. V rámci jednoho oběhu může být obsluha prováděna na trasách různých linek, formálně je však oběh vždy přiřazen jedině, tzv. kmenové lince. Označení oběhu je číselné, začíná dvojčíslím představujícím číslo kmenové linky, následuje lomítko a za ním číslo kursu. Význam číselného označení oběhu je schématicky znázorněn na obr. 1.1.



*Obr. 1.1. Význam číselného označení oběhu*

Ke dni 1.1.2011 (což je uvažováno jako výchozí stav pro optimalizační výpočet) má DPO, a.s. sestaveno 353 oběhů autobusových linek. Autobusy přiřazené těmto oběhům jsou rozděleny do dvou hlavních provozoven, kterými jsou Autobusy Hranečník (v obězích

označovány garáže Počáteční) a Autobusy Poruba (garáže Slavíkova). Kromě otázky přidělení vozidel provozovněm, které má spíše evidenční význam, je nutno zabývat se otázkou skutečného odstavování vozidel v rámci jednotlivých oběhů. Autobusy jsou totiž odstavovány nejen garážích, ale také na jiných odstavných stanovištích, kterých je na území Ostravy a okolí několik. Z hlediska odstavování vozidel jsou nejvíce vytiženy garáže Počáteční a garáže Slavíkova a odstavná plocha Martinov, ve dvou případech slouží pro odstavení autobusů odstavná plocha Hlučín a v jednom případě je to vozovna trolejbusů Sokolská třída, kde se jedná o již zařazený elektrobuses, který je testován v provozu na lince 38, kde je přiřazen oběhu 38/405.

Na každý oběh kmenové linky na ranní směně navazuje oběh odpolední směny téže linky, přičemž na oba dva oběhy je nasazováno stejné vozidlo (vyjádřeno označením oběhů XX/101 a XX/201). Takovéto oběhy lze označit jako oběhy „celodenní směny“. Denní proběhy vozidel celodenních směn dosahují i 400 km, v ojedinělých případech i více, zatímco denní proběhy vozidel oběhů na dělených směnách jsou přibližně poloviční.

K lednu 2011 disponuje DPO, a.s. ve svém vozovém parku celkem 306 autobusů. Autobusy jsou rozděleny podle druhu na dvounápravové, které dosahují délky 10-12 m, třinápravové (15 m), kloubové (17-18 m) a minibusy určené pro linky s nižšími požadavky na přepravní kapacitu.

### ***1.3 Úskalí zavádění provozu elektrobuses v MHD***

Jednou z klíčových nevýhod zavádění provozu elektrobuses v podmínkách DPO, a.s. (ale v podstatě to platí i obecně) je neexistence podpůrné provozní infrastruktury. Trakční baterie elektrobuses je nutno nabíjet, čímž vzniká požadavek na výstavbu stacionárních nabíjecích stanic složených z nabíjecích stojanů. Obecně existují dva režimy nabíjení, které se liší dobou nabíjení na maximální kapacitu baterie. První nabíjení je tzv. „pomalé“ nabíjení (32 A), které trvá 8 hodin a druhý typ nabíjení je tzv. „rychlónabíjení“ (až 250 A), kde se doba nabíjení zkrátí na 1 hodinu. Protože při pomalém nabíjení dochází zároveň k vybalancování článků trakční baterie, výrobce vozidel doporučuje pomalým nabíjením nabíjet vozidla 1x denně.

Elektrobuses je až na svá některá specifika na první pohled kapacitně i komfortem srovnatelný s běžným autobusem. V současnosti výrobce nabízí jeden typ vozidla, který byl vyvinut mimo jiné i ve spolupráci s Dopravním podnikem Ostrava, a.s.

### 1.3.1 Provozní popis vozidla

Ve vztahu k tématu práce nemá větší význam prezentovat kompletní technické údaje o vozidle, nelze však opomenout některé parametry, které mají přímý vliv na organizaci provozu.

Jak již bylo uvedeno, elektrobuses značky SOR (Obr. 1.2.) disponuje výhodami, jakými jsou „bezemisní“ a tichý provoz. Jedná se o dvounápravové nízkopodlažní vozidlo o délce 10 370 mm určené pro městský provoz. Obsaditelnost vozidla je 85 osob, z toho 19 míst k sezení s dalšími 6 sklopnými sedadly [4]. V porovnání s obsaditelností autobusu se stejným počtem náprav je obsaditelnost elektrobuse srovnatelná.



*Obr. 1.2. Elektrobuses značky SOR v provozu MHD Ostrava*

Klíčovým technickým údajem pro zadanou práci je dojezdová vzdálenost elektrobuse s plně nabitou trakční baterií. Výrobce udává, že dojezdová vzdálenost se pohybuje v závislosti na obsazenosti a náročnosti provozu od 110 km do 160 km. Při testování elektrobuse v podmínkách provozu ostravské MHD byl reálný dojezd stanoven na 120 km.

Na základě předpokladů uvedených v této kapitole budou v následující kapitole stanoveny rozhodující faktory ovlivňující řešení problému.



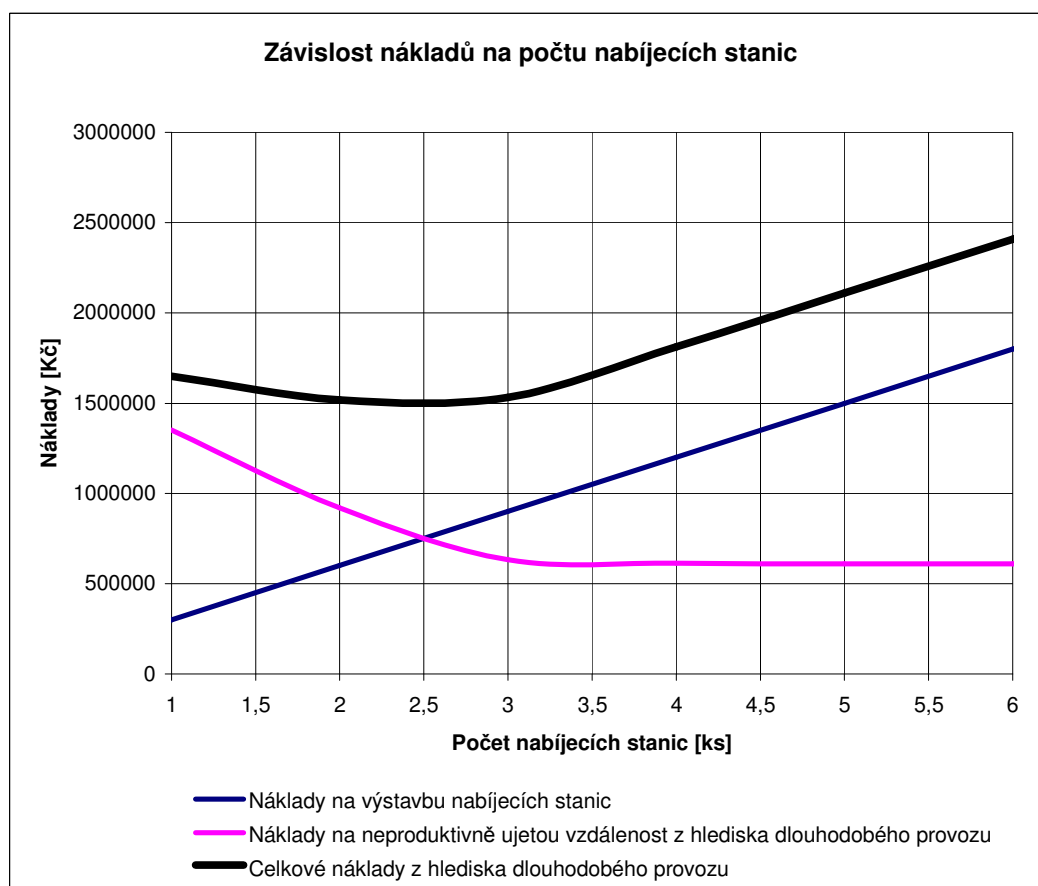
## **2 Vymezení rámce optimalizace – formulace rozhodujících faktorů pro řešení zadaného problému**

Nebýt omezené dojezdové vzdálenosti elektrobusu na jedno nabití, nebylo by v zadané práci v podstatě co řešit. I přes toto zásadní omezení by samotné rozhodování o umístění stacionárních nabíjecích stanic bylo poměrně jednoduché v případě, kdy řešení úlohy není limitováno a posuzováno jak z geografického, tak i ekonomického hlediska. Za této situace by stačilo umístit nabíjecí stanice v lokalitách, kde jsou odstavována vozidla v dobách přestávky bez ohledu na to, zda by toto řešení bylo nebo nebylo ekonomicky výhodné.

Z ekonomického hlediska však existuje zásadní omezení, kterým se řídí veškerá rozhodnutí, a tímto omezením jsou náklady na zavedení a provoz daného systému. V případě rozhodování o umístění stacionárních nabíjecích stanic lze finanční náklady rozdělit do dvou skupin. První skupinu nákladů tvoří fixní náklady představující náklady na vybudování nabíjecích stanic a druhou skupinu nákladů tvoří provozní náklady, které představují náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost. Oba typy nákladů se závisí na počtu vybudovaných nabíjecích stanic a jejich součet udává celkové náklady na dlouhodobý provoz elektrobusů. Obecně se dá říci, že s rostoucími investičními náklady (náklady na vybudování nabíjecích stanic) klesají náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost. Příklad, jak by mohl průběh celkových nákladů vypadat, je uveden na grafu č. 2.1.

Optimum lze při znalosti funkčního předpisu celkových investičních nákladů a nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost prokázat analyticky, v úloze však vystupují další omezující faktory, především okamžité potřeby na nabíjení elektrobusů během provozu, které proces výpočtu minima běžnými metodami matematické analýzy významně komplikují.

Ze získaných vstupních podkladů od zástupce DPO, a.s. a veřejně dostupných informací byla provedena analýza, po které byly formulovány faktory ovlivňující řešení problému. Jako první faktor budou zmapovány technologické zásad nabíjení vozidel v nabíjecích stanicích.



Graf č. 2.1. Rozhodnutí o počtu nabíjecích stanic z hlediska nákladů pomocí grafu

## 2.1 Technologie nabíjení vozidel

Proces nabíjení se může realizovat ve dvou režimech, kterými jsou pomalé nabíjení a rychlonabíjení. Jak už plyne z názvů uvedených režimů, rozdíl mezi nimi spočívá v rychlosti nabíjení. Výběr režimu nabíjení závisí na velikosti přestávky, ve které může nabíjení vozidla probíhat.

### Režimy nabíjení elektrobusů

**Pomalé nabíjení** – pomalým nabíjením dosáhne vybitá trakční baterie elektrobusu maximální kapacity energie za 8 hodin, tj. za každou minutu nabíjení získá vzdálenostní potenciál 0,25 km. Výrobce elektrobusů doporučuje, aby byl každý elektrobus jednou denně nabíjen pomalým nabíjením. Vzhledem k době nabíjení nelze s tímto režimem počítat v průběhu směn, pro které je provoz navrhován. Ve směnách se totiž vyskytují přestávky, jejichž doba bývá maximálně kolem 4 hodin, výjimkou jsou ojedinělé případy, kde se doba přestávky blíží k 6-ti hodinám. Není ovšem efektivní v průběhu směny nabíjet

pomalým nabíjením vozidla po celou dobu přestávky, obzvláště v situacích, kdy není zárukou, že za tuto dobu získá požadovanou energii. Proto režim pomalého nabíjení je stanoven na dobu, kdy jsou vozidla po konci směny odstavena ve svých garážích a odstavných stanovištích.

**Rychlonabíjení** – v rámci rychlonabíjení získá baterie elektrobusu za každou minutu nabíjení vzdálenostní potenciál ve výši 2 km. Minimální doba pro rychlonabíjení je výrobcem stanovena na 15 minut, což představuje energii, se kterou je elektrobus schopen ujet vzdálenost 30 km. S nižší hodnotou doby rychlonabíjení nebude uvažováno, z toho plyne, že z pohledu úlohy po 15-ti minutách rychlonabíjení získá elektrobus skokově energii pro ujetí vzdálenosti odpovídající 30 km. Dále se bude energie lineárně zvyšovat s dobou rychlonabíjení.

Potřebná doba rychlonabíjení každého elektrobusu je sice spojitá náhodná veličina, která nabývá hodnot v intervalu  $<0,25 \text{ h} ; 1 \text{ h}>$ , pro řešení úlohy je však (analogicky jako u jiných typů úloh) za účelem využití efektivních řešících nástrojů tato doba diskretizována. V úloze bude rozlišováno mezi třemi druhy rychlonabíjení, přičemž druh rychlonabíjení se bude odvíjet od jeho doby, tj. bude uvažováno s 15-ti minutovým rychlonabíjením, které představuje nabitou energii na ujetí vzdálenosti 30 km, 30-ti minutovým rychlonabíjením (energie na ujetí vzdálenosti 60 km) a 45-ti minutovým rychlonabíjením (energie na ujetí vzdálenosti 90 km). Časový interval  $<0,25 \text{ h} ; 1 \text{ h}>$  lze pro potřeby diskretizovat i podrobněji, je však zapotřebí si uvědomit, že podrobnější diskretizace s sebou bude přinášet větší rozsah řešeného modelu a tím i vyšší pravděpodobnost výskytu komplikací při optimalizačním výpočtu.

Jelikož pomalé nabíjení elektrobusů bude prováděno zejména v nočních hodinách v místech k tomu určených, v průběhu provozu se bude rozhodovat o rychlonabíjení. Rámec úlohy se tedy bude soustředit pouze na lokalizaci stanic pro rychlonabíjení. V této souvislosti je nutné odlišit typy požadavků elektrobusů na rychlonabíjení, kde typem požadavku se bude rozumět doba nabíjení, kterou elektrobus požaduje pro získání další energie potřebné pro svůj provoz.

Po popisu technologie nabíjení následuje krok týkající se identifikace potenciálních oběhů pro nasazení elektrobusů, tj. oběhů, ve kterých lze provést náhradu autobusu elektrobusem.

## **2.2 Pravidla pro identifikaci oběhů potencionálních pro nasazení elektrobuseů**

V části předchozí kapitoly věnující se charakteristice elektrobuseů byl představen typ vozidla, o jehož nasazení je uvažováno, z pohledu jeho délky a obsaditelnosti. Na základě těchto dvou charakteristických údajů je nutno identifikovat oběhy vhodné pro nasazení elektrobuseů. Budou to oběhy, na které jsou nasazovány autobusy s alespoň přibližně stejnými hodnotami jmenovaných technických údajů. Není proto žádoucí např. nasazovat elektrobusey s kapacitou 85 míst na oběhy, které jsou v současnosti obsluhované kloubovými autobusy s kapacitou 150 míst. Prvním krokem je tedy výběr oběhů, u kterých lze uvažovat o náhradě autobuseů elektrobusem.

Jak již bylo uvedeno, charakteristickou vlastností elektrobuseů je jeho dojezdová vzdálenost. Z toho vyplývá, že elektrobusey nemohou být nasazeny na oběhy celodenních směn, kde spotřeby skupin spojů zpravidla překročí 120 km. V těchto obězích se zřídka vyskytují přestávky, ve kterých je možno realizovat rychlonabíjení. Na základě této skutečnosti je provedena další redukce počtu oběhů a náhrada autobuseů elektrobusem bude navrhována jen pro dělené směny, které splňují uvažované podmínky.

V charakteristice režimů nabíjení elektrobuseů bylo uvedeno, že výrobce elektrobuseů doporučuje, aby každý elektrobuse byl jednou denně nabíjen pomalým nabíjením. Pomalým nabíjením dosáhne vybitá trakční baterie elektrobuse maximální kapacity energie za 8 hodin, trakční baterie elektrobuse tak musí být v okamžiku svého odjezdu na trasu vždy plně nabitá. Za tohoto předpokladu lze autobus nahradit elektrobusem pouze tehdy, kdy je rozdíl mezi dobou odjezdu z garáží či jiného odstavného stanoviště a dobou příjezdu do garáží či jiného odstavného stanoviště z předešlého dne alespoň 8 hodin.

Aby bylo možno v rámci oběhů umožnit rychlonabíjení elektrobuseů, musí se v oběhu vyskytovat přestávky mezi skupinami spojů s dostatečně dlouhou dobou pro realizaci rychlonabíjení. Tato doba závisí především na minimální době rychlonabíjení, která činí 15 minut. Při rozhodnutí o rychlonabíjení je nutno vycházet, že 15 min je vyhrazeno pouze pro samotné rychlonabíjení a k této době je třeba připočítat rezervu, která byla pro potřeby práce určena ve výši 10 min. Výsledkem je tedy doba přestávky mezi skupinami spojů (25 min), která je vhodná pro rozhodování, zda elektrobuse bude nebo nebude nabíjen.

## **2.3 Výběr vhodných lokalit pro vybudování stacionárních nabíjecích stanic**

Výběr lokalit závisel na průzkumu příslušného úseku DPO, a.s., který výběr provedl a předložil je jako jeden ze vstupních údajů.

Pro umístění nabíjecích stanic pro režim rychlonabíjení je definováno celkem 8 lokalit, které jsou rozmístěny po celém území Ostravy. Názvy těchto lokalit včetně jejich prostorové lokalizace jsou následující:

- Garáže Hranečník – Ostrava, Slezská Ostrava, ul. Počáteční, také „garáže Počáteční“,
- Garáže Poruba – Ostrava, Ostrava-Poruba, ul. Slavíkova, také „garáže Slavíkova“,
- zastávka Křižíkova – Ostrava, Moravská Ostrava, ul. Nádražní, dále pouze „Křižíkova“,
- zastávka Mírové náměstí – Ostrava, Ostrava-Vítkovice, ul. Mírová, dále pouze „Mírové náměstí“,
- zastávka Náměstí Republiky – Ostrava, Moravská Ostrava, Náměstí Republiky, dále pouze „Náměstí Republiky“,
- zastávka Opavská – Ostrava, Ostrava Poruba, ul. Průběžná, dále pouze „Opavská“,
- zastávka Poliklinika – Ostrava, Ostrava-Hrabůvka, ul. Dr. Martínka, dále pouze „Poliklinika“,
- Svinov mosty dolní zastávka – Ostrava, Ostrava-Svinov, ul. Bílovecká., dále pouze „Svinov dol. z.“

Při rozhodování je třeba brát v úvahu, jaká je vzdálenost mezi lokalitami, zamýšlenými pro vybudování potencionální nabíjecí stanice a aktuální pozicí vozidla v rámci oběhu, na který se uvažuje nasadit elektrobus a kde existuje možnost nařízení rychlonabíjení. Z této vzdálenosti je třeba odvodit dobu, za jakou je elektrobus schopen se přemístit k nabíjecí stanici. Pro tyto potřeby je stanovena průměrná rychlost přemísťování elektrobusu v dopravní síti, která byla s přihlédnutím na městský provoz odhadnuta na  $25 \text{ km.h}^{-1}$ . Uvedená rychlost zohledňuje stání na křižovatkách, rozjezdy, brzdění, maximální dovolenou rychlost a také rezervu na případné dopravní kongesce.

Souhrnný přehled podmínek majících vliv na návrh řešení problému, které vyplývají z reálného provozu v podmínkách DPO:

a) typy autobusů, které lze nahradit elektrobusy:

- Karosa 12 m,
- Irisbus Citelis 12 m,
- Renault Citybus 12 m,
- Solaris Urbino 10 m,
- Solaris Urbino 12 m,

b) směny, ve kterých bude provoz elektrobusů navrhován:

- dělené směny,

c) dny, pro které bude provoz elektrobusů navrhován:

- pracovní dny – pondělí, úterý, středa, čtvrtek, pátek,

d) doba odstavení autobusu

- minimálně 8 hodin,

e) stanovený režim nabíjení:

- rychlonabíjení,

f) typy rychlonabíjení v rámci úlohy:

- 15-ti minutové rychlonabíjení,
- 30-ti minutové rychlonabíjení,
- 45-ti minutové rychlonabíjení,

g) minimální doba přestávky v obězích vhodných pro nařízení rychlonabíjení:

- 25 minut,

h) lokality vhodné pro vybudování nabíjecích stanic:

- garáže Hranečník,
- garáže Poruba,
- Křižíkova,
- Mírové náměstí,
- Náměstí republiky,
- Opavská,

- Poliklinika,
- Svinov dolní zastávka,

i) střední rychlost přemísťování elektrobusu v dopravní síti:

- 25 km.h<sup>-1</sup>.

Uvedeným souhrnným přehledem jsou formulovány faktory omezující řešení problému. Před samotnou návrhovou částí práce je potřeba představit nástroje pro řešení a rozhodnout o množině vstupních dat, které bude nutno mít k dispozici pro jeho použití. Příliš velký počet skupin vstupních dat totiž může způsobit, že model bude zbytečně komplikovaný, příliš malý počet skupin vstupních dat nemusí umožnit s dostatečnou podrobností a přesností specifikovat požadované výstupy (rozhodnutí).

## **2.4 Teoretická východiska řešení problému**

Problém bude řešen pomocí matematického programování. Jedná se o disciplínu, jejímž cílem je sestava a řešení matematických modelů rozhodovacích problémů. Klíčovou fází při použití matematického programování je sestava matematického modelu.

### **Matematický model**

Každý matematický model v matematickém programování je tvořen dvěma skupinami dat - konstantami a proměnnými a má závaznou strukturu. První částí modelu je soustava omezujících podmínek (dále jen „SOP“), která vymezuje množinu přípustných řešení úlohy. Omezující podmínky lze dále dělit na strukturální a obligatorní podmínky, přičemž obligatorní podmínky určují definiční obory jednotlivých proměnných. Každá podmínka, která není obligatorní, je strukturální. Strukturální podmínky zabezpečují dodržování reálných omezení a vytvoření požadovaných logických vazeb mezi různými skupinami proměnných. Druhou část matematického modelu tvoří účelová funkce (dále jen „ÚF“), která umožňuje vyčíslit hodnotu přípustného řešení z pohledu optimalizované veličiny. V matematickém programování musí mít ÚF stanoven i typ extrému. Z pohledu hledaného extrému optimalizačního kritéria se úlohy dělí na minimalizační a maximalizační.

V práci bude použito pouze lineární programování, jehož specifika jsou lineární vztahy SOP a ÚF. V lineárním programování platí, že proměnné se mezi sebou mohou

sčítat a odečítat, případně násobit reálnou konstantou. V lineárním programování existují pouze 3 typy definičních oborů a těmi jsou nezápornost  $x \geq 0$ , nezápornost celočíselnost  $x \in \mathbb{Z}_0^+$  a obor hodnot 0 a 1, tj.  $x \in \{0;1\}$ .

Řešení rozsáhlých modelů si dnes nelze představit bez využití výpočetní techniky, v této práci je pro řešení sestaveného matematického modelu je použit optimalizační software Xpress-IVE. Sestavený matematický model je v tomto případě ovšem zapotřebí transformovat do textu programu programovacího jazyku MOSEL, se kterým je optimalizační software Xpress-IVE kompatibilní.

### **Obecný postup transformace matematického modelu do optimalizačního software Xpress-IVE**

Na začátku každého textu programu je třeba uvést klíčové slovo *model*, za nímž následuje název programu, který si řešitel volí dle vlastního uvážení. Dále je v úvodní části zadáno klíčový zápis *uses "mmxprs"*, který definuje knihovnu využitelných metod. Po úvodní části následuje deklarační část programu, kde se definují všechny konstanty typu pole a proměnné, které se v modelu vyskytují (tyto konstanty a proměnné, s výjimkou proměnných, které nejsou typu pole, se definují příkazem *array*). Deklarační části předchází klíčové slovo *declarations* a za tímto klíčovým slovem se definují indexy jednotlivých veličin, které se v úloze vyskytují. Pro definování veličin typu pole v textu programu je třeba rozlišovat konstanty a proměnné. Program odlišuje veličiny zápisem *of real* platným pro konstanty (1) a *of mpvar* platným pro proměnné (2). Je-li deklarovaná veličina, např. označená jako *t* konstantou typu pole, bude zápis v deklarační části programu následující:

$$t: \text{array}(\text{index}) \text{ of real} \quad (1)$$

Je-li deklarovaná veličina, např. označená jako *u* proměnnou typu pole, bude zápis následující:

$$u: \text{array}(\text{index}) \text{ of mpvar} \quad (2)$$

Proměnná, např. označená jako *v*, která není typu pole, je deklarována následovně:

$$v: \text{mpvar}$$

Deklarační část je ukončena klíčovým slovem *end-declarations*. V další části je třeba zavést konkrétní hodnoty jednotlivých konstant. Zápis pro zavedení konkrétních hodnot



se liší pro konstanty typu pole (3) a pro konstanty, které typu pole nejsou (4). Zápis pro konstanty, např. označená jako  $t$ , které jsou typu pole mají tvar:

$$t::[1.1, 2.2, 3.3, \dots] \quad (3)$$

Zápis pro konstanty, např. označená jako  $T$ , které nejsou typu pole, mají tvar:

$$T:=1000 \quad (4)$$

Při zápisu je třeba brát ohled na desetinné čárky, které v textu programu nahradí tečkou. Následuje výpis omezujících podmínek. Je-li to vhodné, je možno pro zápis soustavy omezujících podmínek stejného typu použít příkaz *forall* značící cyklus (5). Například pro podmínku  $\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq n \cdot y_i; i=1, \dots, m$  vypadá zápis za pomoci příkazu cyklus následovně:

$$\text{forall}(i \text{ in } 1..m) \text{ sum}(j \text{ in } 1..n) x(i,j) \leq n * y(i) \quad (5)$$

Je-li třeba, aby proměnné  $y_i$  pro  $i = 1, \dots, m$  nabývaly celočíselných nezáporných hodnot (6), je zápis následující:

$$\text{forall}(i \text{ in } 1..m) y(i) \text{ is\_integer} \quad (6)$$

Má-li proměnná  $y_i$  pro  $i = 1, \dots, m$  nabývat hodnot 0 a 1 (7), bude zápis následující:

$$\text{forall}(i \text{ in } 1..m) y(i) \text{ is\_binary} \quad (7)$$

Po výpisu omezujících podmínek je třeba definovat optimalizační kritérium a vzorec pro jeho výpočet, po němž následuje příkaz, který určí, zda se bude hodnota optimalizované veličiny maximalizovat nebo minimalizovat. V textu programu se používají příkazy *maximize* nebo *minimize* a zápis účelové funkce je například:

$$\text{minimize} (\text{Naklady})$$

Po zápisu ÚF a uvedení typu příkazu optimalizace je zápis vlastního matematického modelu ukončen a v další části, požaduje-li to řešitel, je třeba pomocí příkazů nařídit výpis řešení. Je-li požadavek, aby program po ukončení výpočtu vypsál jakýkoliv text včetně vypočítaných hodnot proměnných, použije se příkaz *writeln*. Zde může mít tvůrce programu více požadavků, tím základním je většinou požadavek na výpis hodnoty účelové funkce (8) a výpis hodnot jednotlivých proměnných (9). Požadavek pro výpis hodnoty ÚF v jednotkách vypadá takto:

$$\text{writeln}('Hodnota účelové funkce:', \text{getobjval}, 'jednotka') \quad (8)$$

Požadavek pro výpis hodnot jednotlivých proměnných  $x_{ij}$ , kde  $i = 1, \dots, m$  a  $j = 1, \dots, n$ , vypadá následovně:

```
writeln('Hodnoty jednotlivých proměnných:')  
  
forall(i in 1..m, j in 1..n) writeln('x(' ,i , ' ,j , ')=' ,getsol(x(i,j)))
```

 (9)

Požaduje-li řešitel např. vypsat pouze kladné hodnoty proměnných (10), upraví se příkaz (9) následovně:

```
forall(i in 1..m, j in 1..n|getsol(x(i,j))>0) writeln('x(' ,i , ' ,j , ')=' ,getsol(x(i,j)))
```

 (10)

Po ukončení části textu programu věnované výpisům následuje ukončení programu klíčovým slovem *end-model*.

Na závěr kapitoly 2 bude provedeno rozhodnutí o tom, jaká vstupní data je nutno z podkladů vypracovat, tj. která data budou v modelu vystupovat v roli konstant.

## 2.5 Vstupní údaje potřebné pro řešení problému

Údaje potřebné pro řešení problému se dají rozdělit do dvou skupin. První skupinu tvoří údaje statického charakteru, které se v rámci řešené úlohy nemění. K těmto údajům patří:

- počet oběhů, který je získán pomocí analýzy současných oběhů, přičemž výsledkem analýzy je identifikace oběhů splňujících deklarované podmínky,
- počet skupin spojů v každém oběhu, který bude stanoven na základě analýzy vybraných oběhů z pohledu výskytu přestávek vhodných pro rychlonabíjení,
- spotřeby jednotlivých skupin spojů v rámci jednotlivých oběhů, které budou získávány jako součty kilometrických vzdáleností ujetých na spojích v rámci jedné skupiny spojů (příp. délek přejezdů mezi konečnými zastávkami, vyskytují-li se),
- vzdálenosti pro každý oběh po každé skupině spojů, které budou dostupnými nástroji naměřeny od poslední pozice elektrobusu v jednotlivých skupinách ke všem lokalitám,
- disponibilní vzdálenosti pro každý elektrobus po každé skupině spojů, které se získají pomocí doby přestávek mezi po sobě jdoucími skupinami spojů.

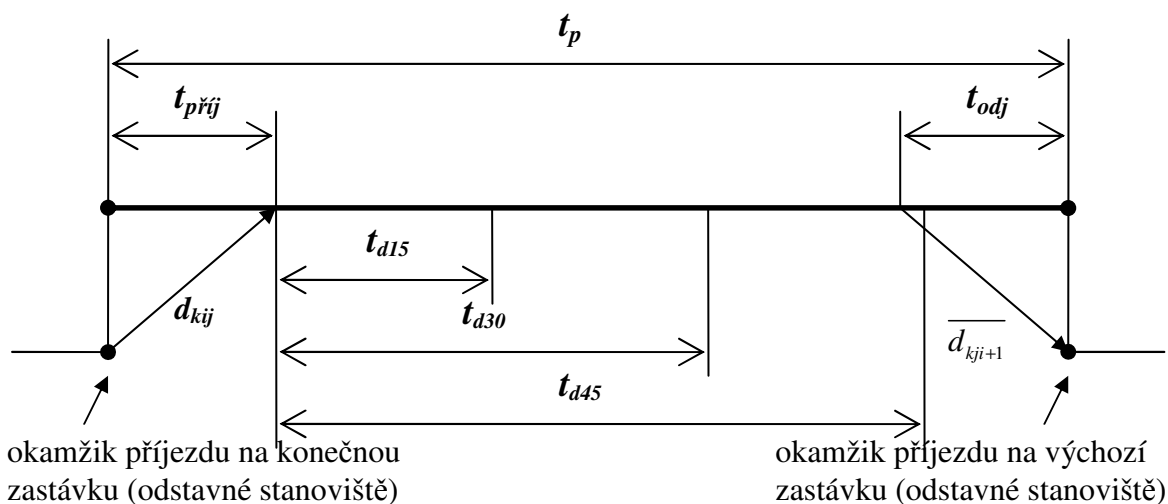
Druhou skupinu tvoří údaje dynamického charakteru, které se v rámci úlohy budou měnit. K těmto údajům patří kategorie vzdálenostních potenciálů. Jakmile jsou totiž

identifikovány oběhy, které jsou vhodné pro přiřazení elektrobusu místo současného autobusu, je nutno tyto oběhy přezkoumat a v každém oběhu určit počet skupin spojů, mezi kterými jsou přestávky, ve kterých je možno provádět rychlonabíjení elektrobusu.

Při znalosti počtu skupin spojů u každého oběhu, jsou ze vstupních podkladů odečteny kilometrické vzdálenosti, které v rámci skupin spojů musí vozidla ujet - v této práci označovány jako spotřeby skupin spojů. Výstupem je tedy matice spotřeb.

Výchozím údajem, na základě kterého je nutno rychlonabíjení plánovat, je dojezdová vzdálenost. Z její hodnoty a z hodnot spotřeb jednotlivých skupin spojů (kap. 1.1) se naplánuje případné rychlonabíjení. Při znalosti lokalit, ve kterých je možné uvažovat s vybudováním nabíjecí stanice, je při rozhodování o přiřazení elektrobusu dané lokalitě směrodatný údaj o vzdálenosti lokality od aktuální pozice elektrobusu, ze které musí elektrobus přejíždět k nabíjecí stanici. Výsledkem je tedy matice vzdáleností.

Rozhodování o rychlonabíjení, resp. o době rychlonabíjení v nabíjecí stanici, závisí na délce přestávky mezi po sobě jdoucími skupinami spojů. Rozhodujícím údajem pro určení typu rychlonabíjení je doba přestávky, kterou má vozidlo v rámci svého oběhu k dispozici, označovaná jako disponibilní doba. Jelikož je v umísťovací úloze pracováno s kilometrickými jednotkami, je potřeba všechny časové veličiny převést na vzdálenostní veličiny. V této souvislosti je vycházeno z předpokladu, že střední rychlost přemísťování autobusu potažmo elektrobusu  $V_A$  v dopravní síti byla stanovena na  $25 \text{ km.h}^{-1}$ . Jednoduchým přepočtem se disponibilní doba vyjádří jako disponibilní vzdálenost. Postup dosažení hodnot disponibilních vzdáleností je vyjádřen analyticky podle schématu na obr. 2.1.



Obr. 2.1. Schéma zobrazující možné činnosti elektrobuse v přestávce mezi skupinami spojů

- kde:  $t_p$  ... doba přestávky mezi  $i$ -tou a  $i+1$ -tou skupinou spojů,
- $t_{přij}$  ... doba nutná k přejezdu z cílové konečné zastávky, či odstavného stanoviště k nabíjecí stanici,
- $t_{odj}$  ... doba nutná k přejezdu z nabíjecí stanice k výchozí konečné zastávce, či na odstavné stanoviště
- $t_{d15}$  ... doba rychlonabíjení 15 minut,
- $t_{d30}$  ... doba rychlonabíjení 30 minut,
- $t_{d45}$  ... doba rychlonabíjení 45 minut,
- $d_{kij}$  ... vzdálenost z konečné zastávky po obsluze  $i$ -té skupiny k nabíjecí stanici  $j$  v rámci oběhu  $k$ ,
- $\overline{d_{kji+1}}$  ... vzdálenost z nabíjecí stanice  $j$  k výchozí zastávce před skupinou spojů  $i+1$  v rámci oběhu  $k$  (v rámci dalšího textu práce lze vzhledem k reálným provozním podmínkám připustit  $d_{kij} = \overline{d_{kji+1}}$ , tj.  $d_{kij} + \overline{d_{kji+1}} = 2 \cdot d_{kij}$ ).

Obecný příklad uvedený na schématu na obr. 3. demonstruje, že elektrobuse má k dispozici dobu pro přejezd elektrobuse k nabíjecí stanici a maximálně 30-ti minutové rychlonabíjení, začátek obsluhy spojů v  $i+1$ -ní skupině spojů neumožňuje plné využití

doby rychlonabíjení ve výši 45 min. Tato doba je přepočítána na disponibilní vzdálenost a vyjádřena v matici disponibilních vzdáleností.

Bylo řečeno, že uvažuje-li se o nařízení rychlonabíjení, musí být pro dosažení dostatečného časového prostoru pro realizaci alespoň 15-ti minutového rychlonabíjení splněna podmínka (11), tj.:

$$t_p \geq t_{přij} + t_{odj} + t_{d15} \quad [\text{min}] \quad (11)$$

Disponibilní doba elektrobusu pro přemístění  $t_{DD}$  při nařízení rychlonabíjení je doba přestávky snižená o dobu 15-ti minutového rychlonabíjení, vyjádřeno vztahem (12) (počítá se pouze pro situace definované podmínkou (11)):

$$t_{DD} = t_p - t_{d15} \quad [\text{min}] \quad (12)$$

Přepočet disponibilní doby na disponibilní vzdálenost je uveden vztahem (13):

$$D = \frac{V_A \cdot t_{DD}}{60} \quad [\text{km}] \quad (13)$$

Výstupem z uvedené analýzy jsou následně podklady pro optimalizační výpočet, které jsou rekapitulovány v následujícím přehledu:

- **Matice vzdáleností** – řádky budou reprezentovat skupiny spojů, které zároveň implicitně představují aktuální pozici vozidla v průběhu oběhu, po této skupině spojů následuje přestávka splňující kritéria pro možnost rychlonabíjení, sloupce reprezentují lokality vhodné k vybudování nabíjecích stanic. Prvky matice jsou vzdálenosti od aktuálních pozic vozidel po splnění obsluhy skupin spojů (mohou to být konečné zastávky i odstavná stanoviště) k lokalitám, neboli (je-li uvažováno  $d_{kij} = \overline{d_{kji+1}}$ ) také z lokalit k výchozím pozicím, ze kterých vozidlo započne plnění obsluhy následující skupiny spojů. Jelikož je tato matice skupino-lokační, je matice vzdáleností zpracována pro každý oběh.
- **Matice disponibilních vzdáleností** – řádky budou reprezentovat oběhy, sloupce budou reprezentovat skupiny spojů, po kterých následují přestávky vhodné k realizaci rychlonabíjení. Prvky matice jsou disponibilní vzdálenosti elektrobusů pro přejezd z aktuální pozice k nabíjecí stanici a zpět k výchozí pozici. Aby tak mohlo být rozhodováno o rychlonabíjení v oběhu  $k$  po skupině spojů  $i$  v lokalitě  $j$ , musí mít disponibilní vzdálenost alespoň takovou hodnotu, jako je hodnota neproduktivně ujeté vzdálenosti  $2 \cdot d_{kij}$ , tj.  $D_{ki} \geq 2 \cdot d_{kij}$ .

- **Matice spotřeb** – řádky budou reprezentovat oběh vybraný pro návrh provozu elektrobusu a sloupce představují skupiny spojů, mezi kterými lze realizovat rychlonabíjení. Prvky matice uvádí spotřeby skupin spojů v kilometrech.

Po provedené analýze bude v další kapitole přistoupeno k návrhové části práce.

### 3 Návrh matematického modelu pro řešení úlohy

V matematickém programování existuje mnoho typů úloh rozhodovacích problémů, přičemž jeden z typů tvoří tzv. úlohy umíst'ovací (lokační). V umíst'ovacích úlohách se rozhoduje o umístění objektů v dopravní síti a přiřazování zákazníků těmto objektům, což do jisté míry kopíruje i rozhodovací proces zahrnutý v řešené práci.

Princip řešení problému tak bude vycházet z obecného tvaru lokační úlohy, jejíž problém bude v následující podkapitole pro úplnost formulován tak, aby byla podchycena jeho souvislost s konkrétní úlohou řešenou v této práci.

#### 3.1 Lokační úloha

##### 3.1.1 Formulace zadání lokační úlohy

V dopravní síti je rozmístěno  $m$  lokalit, ve kterých lze uvažovat o vybudování zdrojů. V každé lokalitě  $i = 1, \dots, m$  jsou známy náklady na vybudování zdroje  $f_i$  a pro každý zdroj  $Z_i$  je známa jeho kapacita  $q_i$  za určité období. Dále se v dopravní síti vyskytuje  $n$  spotřebitelů, přičemž každý spotřebitel  $S_j$   $j = 1, \dots, n$  požaduje splnění požadavku  $b_j$  za určité období. Za účelem přiřazení spotřebitele k vybudovanému zdroji je nutno vynaložit náklady  $c_{ij}$ . Úkolem je rozhodnout, ve kterých lokalitách budou vybudovány zdroje, a kteří spotřebitelé budou z vybudovaných zdrojů zásobováni tak, aby byly uspokojeny jejich požadavky a celkové náklady související s distribucí předmětů uspokojujících požadavky byly minimální.

V modelu vystupují dvě skupiny proměnných - proměnné  $y_i$ , které budou modelovat rozhodnutí o vybudování zdroje v lokalitě  $l_i$  a proměnné  $x_{ij}$  modelující rozhodnutí o přiřazení spotřebitele  $S_j$  zdroji  $Z_i$ . Optimalizačním kritériem jsou celkové náklady na provoz systému.

### 3.1.2 Matematický model lokační úlohy

Jak již bylo uvedeno, matematický model se skládá ze dvou částí – optimalizačního kritéria (ÚF) a SOP. Optimalizační kritérium se skládá ze dvou složek. První složku tvoří náklady na vybudování zdrojů a druhou složku tvoří přepravní náklady. ÚF má tvar:

$$\min f(x, y) = \sum_{i=1}^m f_i \cdot y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (14)$$

Model pokračuje soustavou omezujících podmínek:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{pro } j = 1, \dots, n \quad (15)$$

Skupina podmínek (15) zajišťuje jednoznačné přiřazení spotřebitele ke zdroji, každý spotřebitel bude přiřazen pouze jednomu zdroji, počet omezujících podmínek ve skupině odpovídá počtu spotřebitelů.

$$\sum_{j=1}^n b_j \cdot x_{ij} \leq q_i \quad \text{pro } i = 1, \dots, m \quad (16)$$

Skupina podmínek (16), jinak také kapacitní podmínky, zabezpečuje, aby součet požadavků spotřebitelů přiřazených zdroji nepřekročil jeho kapacitu, počet omezujících podmínek ve skupině odpovídá počtu zdrojů.

$$x_{ij} \leq y_i \quad \text{pro } i = 1, \dots, m ; j = 1, \dots, n \quad (17)$$

Podmínky (17) jsou vazební a zajišťují požadované logické vazby mezi proměnnými, bude-li spotřebitel přiřazen zdroji, musí být tento zdroj vybudován. V případě, že zdroj nebude vybudován (hodnota proměnné  $y_i=0$ ), nebude danému zdroji přidělen žádný spotřebitel. Počet podmínek v tomto tvaru je v modelu  $m \cdot n$  (počet zdrojů \* počet spotřebitelů). Pro snížení počtu podmínek lze provést náhradu podmínek (17) skupinou podmínek (18), potom je skupina vazebních podmínek tvořena pouze  $m$  podmínkami.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq n \cdot y_i \quad \text{pro } i = 1, \dots, m \quad (18)$$

Zbývající podmínky (19) a (20) jsou obligatorní a vymezují definiční obory proměnných.

$$x_{ij} \in \{0;1\} \quad \text{pro } i = 1, \dots, m ; j = 1, \dots, n \quad (19)$$

$$y_i \in \{0;1\} \quad \text{pro } i = 1, \dots, m \quad (20)$$



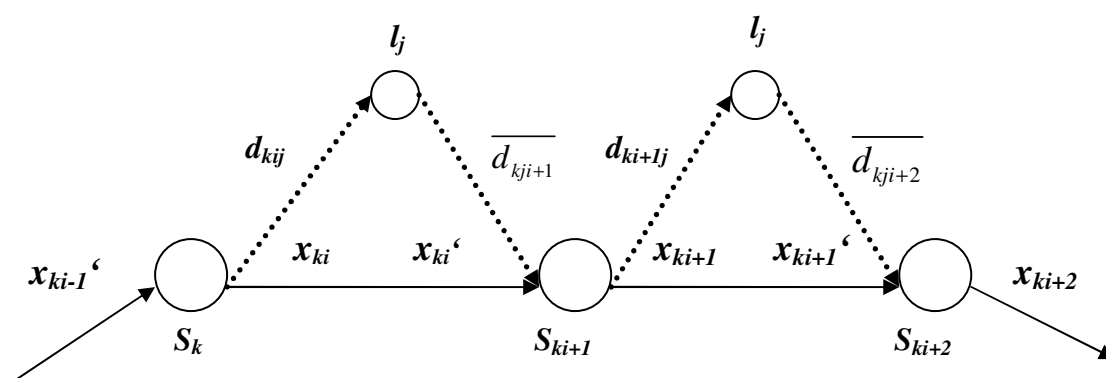
Příbuznost úlohy řešené v diplomové práci s lokační úlohou vyplývá právě v umísťování zdrojů v dopravní síti a přiřazování spotřebitelů těmto zdrojům s cílem minimalizovat celkové náklady spojené se zavedením řešeného systému do provozu. Řešený problém má však svá určitá specifika, která budou objasněna v následující podkapitole, a která jsou příčinou, že původní model nelze přímo aplikovat.

### 3.2 Filosofie tvorby modelu rozhodovacího problému o umísťování stacionárních nabíjecích stanic pro elektrobusy

Rozhodování je prováděno ve dvou základních pohledech:

- kde umístit stacionární nabíjecí stanice,
- kdy a které nabíjecí stanici jednotlivá vozidla přiřadit a jaký typ rychlonabíjení má být nařízen.

O umístění nabíjecích stanic se bude rozhodovat mezi osmi lokalitami, těmto nabíjecím stanicím budou přiřazována vozidla vybraných oběhů, přičemž přiřazení se bude uskutečňovat po obsluhách skupin spojů (jejich počet a rozložení v čase se u každého oběhu liší). Schématické znázornění procesu nařizování rychlonabíjení během oběhu elektrobusu je znázorněno pomocí schématu na obr. 3.1.



Obr. 3.1. Schéma představující možnosti nařízení nabíjení elektrobusu

**Symbolika:**

- $S_{ki} \dots$   $i$ -tá skupina spojů v  $k$ -tém oběhu, každá skupina má dán svůj kilometrický proběh (spotřebu)  $s_{ki}$ ,
- $l_j \dots$   $j$ -tá lokalita pro vybudování nabíjecí stanice,
- $x_{ki} \dots$  hodnota vzdálenostního potenciálu  $k$ -tého oběhu po  $i$ -té skupině spojů před případným rychlonabíjením elektrobuse,
- $x_{ki}' \dots$  hodnota vzdálenostního potenciálu  $k$ -tého oběhu po  $i$ -té skupině spojů navýšená o vzdálenost odpovídající nabití energii při realizaci rychlonabíjení před  $i+1$ -tou skupinou spojů,
- $d_{kij} \dots$  vzdálenost aktuální pozice vozidla k lokalitě  $j$  po ukončení obsluhy  $i$ -té skupiny spojů v oběhu  $k$ ,
- $\overline{d_{kji+1}} \dots$  vzdálenost lokality  $j$  k výchozí pozici vozidla při začátku obsluhy  $i+1$ -té skupiny spojů v oběhu  $k$ .

Před vrcholem  $S_{ki}$ , který reprezentuje obsluhu skupiny spojů  $i$  má elektrobuse potenciál  $x_{ki-1}'$ . V případě, že je elektrobuse na začátku své směny, je tento potenciál maximální a bude označen  $x_{k0}$ . Při obsluze skupiny spojů  $S_{ki}$  se spotřebou  $s_{ki}$  bude hodnota vzdálenostního potenciálu snížena o hodnotu této spotřeby a nová hodnota vzdálenostního potenciálu po obsluze skupiny spojů bude  $x_{ki}$ . Mezi skupinami spojů  $S_{ki}$  a  $S_{ki+1}$  je přestávka, ve které lze realizovat rychlonabíjení a v případě potřeby tak bude učiněno, tzn. elektrobuse přejede k lokalitě  $l_j$ , ve které bude vybudována nabíjecí stanice. Elektrobuse při přejezdu k nabíjecí stanici ujede vzdálenost  $d_{kij}$ , ve stanici absolvuje rychlonabíjení své trakční baterie a přejíždí zpět na svou výchozí pozici a na této cestě ujede vzdálenost  $\overline{d_{kji+1}}$ . Před obsluhou další skupiny spojů  $S_{ki+1}$  má elektrobuse vzdálenostní potenciál  $x_{ki}'$  (v případě, že rychlonabíjení nebude nařízeno tak bude platit  $x_{ki} = x_{ki}'$ ). Předpokladem je, že konečná pozice elektrobuse před rychlonabíjením je totožná s výchozí pozicí elektrobuse před následující obsluhou skupiny spojů, tudíž  $d_{kij} = \overline{d_{kji+1}}$  (což se však v rámci vybraných oběhů děje). Tento proces se opakuje analogicky v průběhu celého oběhu.

V další části kapitoly věnované návrhu modelu bude prezentován podrobnější popis vývoje podoby matematického modelu.

### 3.3 Geneze tvorby modelu

Tvorba matematického modelu řešené úlohy byla procesem spočívajícím ve studiu chování modelu jednoduché úlohy a posuzování správnosti (relevance) výstupů, které byly získávány po optimalizačním výpočtu. Matematický model úlohy byl nejdříve aplikován na jeden fiktivní oběh se třemi skupinami spojů a dvěmi lokalitami. Úloha měla tyto zadané hodnoty:

Hodnoty spotřeb skupin spojů v km...  $s::(32.871, 33.154, 69.929)$

Vzdálenosti pozice elektrobusu po ukončení obsluhy skupin spojů k nabíjecím stanicím

v km...  $d::\begin{pmatrix} T & T \\ 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ; kde jsou ve vztahu k 0-té skupině spojů uvedeny místo reálných

vzdáleností prohibitivní konstanty (tímto způsobem je bezpečně zajištěno, že algoritmus dané hodnoty v optimálním řešení nepoužije).

Náklady na vybudování stanice...  $F = 100\,000,- \text{ Kč}$

Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenosti k nabíjecí stanici...  $c = 10 \text{ Kč} \cdot \text{km}^{-1}$

Vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál po při rychlonabíjení ve stanici...  $h = 30 \text{ km}$

#### 3.3.1 První fáze vývoje modelu

Nejdříve budou zrekapitulovány proměnné, které v modelu vystupují.

Tab. 3.1. Proměnné vystupující v první fázi modelu

Charakteristika proměnné	Označení proměnné
Rozhodnutí o vybudování nabíjecí stanice v lokalitě $j$	$z_j$
Rozhodnutí o nařízení rychlonabíjení v oběhu vozidla po $i$ -té skupině spojů do $j$ -té lokality	$y_{ij}$
Vzdálenostní potenciál, kterou je schopen elektrobus ujet před po $i$ -té	$x_i$

skupině spojů	
---------------	--

ÚF má reprezentovat celkové náklady, její tvar tedy bude:

$$\min f(y, z) = \sum_{j=1}^n F \cdot z_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c \cdot 2 \cdot d_{ij} \cdot y_{ij} \quad (21)$$

První člen ÚF (21) představuje náklady spojené s vybudováním nabíjecích stanic a druhý člen jsou náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost k těmto stanicím pro potřeby rychlonabíjení. V dalším kroku je třeba naformulovat omezující podmínky. První skupina podmínek musí zajistit výpočet vzdálenostního potenciálu vozidla mezi jednotlivými skupinami spojů.

$$x_i = x_{i-1} + (h - 2 \cdot d_{ij}) \cdot y_{ij} - s_i \quad \text{pro } i = 1, \dots, m ; j = 1, \dots, n \quad (22)$$

Podmínky (22) mají představovat fakt, že vzdálenostní potenciál po obsluze  $i$ -té skupiny spojů je roven původnímu vzdálenostnímu potenciálu před obsluhou  $i$ -té skupiny spojů sníženému o spotřebu  $i$ -té skupiny spojů a navýšenému o získanou energii v případě realizace rychlonabíjení. Hodnotu, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál v případě rychlonabíjení, reprezentuje konstanta  $h$ . Nelze však opomenout, že od hodnoty zvyšující vzdálenostní potenciál je třeba odečíst vzdálenost nutnou k přejezdu elektrobusu k nabíjecí stanici a zpět. Další podmínka musí zajistit, aby v případě potřeby bylo nařízeno rychlonabíjení.

$$s_{i+1} - x_i \leq T \cdot y_{ij} \quad \text{pro } i = 0, \dots, m ; j = 1, \dots, n \quad (23)$$

Podmínky (23) mají zabezpečit, aby bylo rychlonabíjení nařízeno nejpozději v situaci, kdy je spotřeba následující skupiny spojů větší, než je vzdálenostní potenciál před obsluhou této skupiny spojů. V situaci, kdy tomu tak je, se na levé straně nerovnice vyskytne kladná hodnota, tzn. aby byla splněna podmínka, musí se stát člen na pravé straně aktivním, a to nastane jen v případě, že proměnná  $y_{ij}$  nabude hodnoty 1 a prohibitivní konstanta  $T$ , jejíž hodnota je záměrně vysoká, zajistí dostatečně vysokou hodnotu členu na této straně nerovnice. Kdyby pravá strana neobsahovala prohibitivní konstantu  $T$ , podmínka by byla splněna pouze v případě, že by spotřeba  $i+1$ -té skupiny spojů byla maximálně o jednu jednotku vyšší než vzdálenostní potenciál po  $i$ -té skupině spojů. Další podmínka (24) vychází z obecné podmínky lokační úlohy o jednoznačném přiřazení oběhu vozidla nabíjecí stanici v lokalitě  $j$ .

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \leq 1 \quad \text{pro } i = 0, \dots, m \quad (24)$$

V podmínkách (24) je zabezpečeno, že v případě potřeby rychlonabíjení bude rychlonabíjení nařízeno pouze do jedné nabíjecí stanice. Dále je třeba zajistit skutečnost, aby byla vybudována nabíjecí stanice, když bude nařízeno rychlonabíjení v lokalitě  $j$ . Toto zajistí vazební podmínky (25).

$$y_{ij} \leq z_j \quad \text{pro } i = 0, \dots, m ; j = 1, \dots, n \quad (25)$$

Zbývá určit obligatorní podmínky.

$$y_{ij} \in \{0;1\} \quad \text{pro } i = 0, \dots, m ; j = 1, \dots, n \quad (26)$$

$$y_{0j} = 0 \quad \text{pro } j = 1, \dots, n \quad (27)$$

$$z_j \in \{0;1\} \quad \text{pro } j = 1, \dots, n \quad (28)$$

$$x_0 = 120 \quad (29)$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{pro } i = 0, \dots, m \quad (30)$$

Podmínky (26) zajistí aby proměnná  $y_{ij}$  byla bivalentní. Hodnota proměnné 1 reprezentuje příkaz k rychlonabíjení a hodnota 0 opak. V podmínkách (27) je jednoznačně přikázáno, že před zahájením obsluhy 1. skupiny spojů nebude elektrobusu nařízeno rychlonabíjení. Podmínky (28) zajistí, že proměnná  $z_j$  nabývá hodnot 0 a 1, přičemž, pokud proměnná nabude hodnotu 1 bude v lokalitě  $j$  nabíjecí stanice vybudována a hodnota 0 bude znamenat opak. Podmínka (29) vychází z předpokladu, že elektrobus započne každý nový den obsluhu s plně nabitou trakční baterií. Podmínka (30) dovoluje, aby proměnné  $x_i$  nabývaly hodnoty z oboru nezáporných čísel (což je vzhledem ke kilometrickým proběhům v rámci jednotlivých skupin žádoucí).

Experimentem se však zjistilo, že logika navrženého matematického modelu není správná, v dalším postupu byly proto analýzou identifikovány nedostatky modelu. Tyto nedostatky se vyskytovaly ve skupině podmínek (22), kde v situaci, kdy po obsluze  $i$ -té skupiny spojů bylo třeba nařídit rychlonabíjení, přicházely pro proměnnou  $x_i$  v úvahu dvě hodnoty, což neumožňuje současné splnění obou podmínek, jde tedy o nežádoucí jev vytvářející stav, kdy je množina přípustných řešení prázdná. Tento nežádoucí stav je patrný z rovnic (31) a (32) jejichž současné splnění není reálné.

$$x_i = x_{i-1} + (30 - 2) \cdot 1 - s_i \quad (31)$$

$$x_i = x_{i-1} + (30 - 4) \cdot 0 - s_i \quad (32)$$

Ve druhé fázi tvorby modelu je třeba zajistit, aby proměnná  $x_i$  pro  $i = 0, \dots, m$  nabývala stejných hodnot při různých hodnotách proměnné  $y_{ij}$ . V matematickém modelu je tak provedeno několik změn, aby definovaný požadavek byl splněn.

### 3.3.2 Druhá fáze vývoje modelu

Ve druhé fázi úlohy zůstávají tři základní rozhodovací proměnné  $z_j$ ,  $y_{ij}$  a  $x_i$  a do úlohy jsou nově zahrnuty doplňkové proměnné, jejichž význam je především důležitý pro odstranění uvedených nedostatků.

Tab. 3.2. Proměnné vystupující v druhé fázi modelu

Charakteristika proměnné	Označení proměnné
Rozhodnutí o vybudování dobíjecí stanice v lokalitě $j$	$z_j$
Rozhodnutí o nařízení rychlonabíjení v oběhu vozidla po $i$ -té skupině spojů do $j$ -té lokality	$y_{ij}$
Vzdálenostní potenciál, kterou je schopen elektrobus ujet před po $i$ -té skupině spojů	$x_i$
Vyrovňovací proměnná ve skupině strukturálních podmínek (33)?????	$w_{ij}$
Pomocná proměnná ve skupině podmínek (34)?????	$u_i$

Matematický model získal následující tvar:

$$\min f(y, z) = \sum_{j=1}^n F \cdot z_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot 2 \cdot d_{ij} \cdot y_{ij} \quad (21)$$

za podmínek:

$$x_{i+1} = x_i + (h - 2 \cdot d_{ij}) \cdot y_{ij} - s_{i+1} + w_{ij} \quad \text{pro } i = 0 \dots m; j = 1 \dots n \quad (33)$$

$$s_{i+1} - x_i \leq T \cdot y_{ij} + T \cdot u_i \quad \text{pro } i = 0 \dots m; j = 1 \dots n \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} \leq 1 \quad \text{pro } i = 0 \dots m \quad (24)$$

$$y_{ij} \leq z_j \quad \text{pro } i = 0 \dots m; j = 1 \dots n \quad (25)$$

$$\sum_{j=1}^n w_{ij} \leq T \cdot \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad \text{pro } i = 0 \dots m \quad (35)$$

$$w_{ij} \leq T \cdot (1 - y_{ij}) \quad \text{pro } i = 0 \dots m; j = 1 \dots n \quad (36)$$

$$y_{ij} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } i = 0 \dots m; j = 1 \dots n \quad (26)$$

$$y_{0,j} = 0 \quad \text{pro } j = 1, \dots, n \quad (27)$$

$$z_j \in \{0; 1\} \quad \text{pro } j = 1 \dots n \quad (28)$$

$$u_i \in \{0; 1\} \quad \text{pro } i = 0 \dots m \quad (37)$$

$$x_0 = 120 \quad (29)$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{pro } i = 0 \dots m \quad (30)$$

$$w_{ij} \geq 0 \quad \text{pro } i = 0 \dots m; j = 1 \dots n \quad (38)$$

Skupina podmínek (33) představuje vztah pro výpočet hodnoty vzdálenostního potenciálu vozidla před obsluhou skupin spojů. Zde se vyskytuje další nezáporná proměnná  $w_{ij}$  (tzv. vyrovnávací) a její funkce v podmínce bude vysvětlena následujícím příkladem. Uvažujme situaci vozidla, které má absolvovat skupinu spojů  $s_2$ . Pro každý potenciál  $x_2$  existuje  $n$  rovnic ( $n$  je počet dobíjecích stanic, ke každé dobíjecí stanici existuje jedna rovnice):

$$x_2 = x_1 + (h - 2 \cdot d_{11}) \cdot y_{11} - s_2 + w_{11} \quad (39)$$

$$x_2 = x_1 + (h - 2 \cdot d_{12}) \cdot y_{12} - s_2 + w_{12} \quad (40)$$

...

$$x_2 = x_1 + (h - 2 \cdot d_{1n}) \cdot y_{1n} - s_2 + w_{1n} \quad (41)$$

V případě, kdy model rozhodne o přiřazení elektrobusu k lokalitě  $j$  po absolvování první skupiny spojů (po první skupině spojů bude probíhat rychlonabíjení v některé z lokalit), položí se příslušná proměnná  $y_{lj} = 1$ , tím vznikne v jedné z rovnic aktivní člen  $(h - 2 \cdot d_{lj})$ , který hodnotu potenciálu navýší. Pro splnění rovnic (33) pro  $x_2$  je nutno tento nárůst ve zbylých rovnicích vyrovnat, k čemuž slouží právě proměnné  $w_{lj}$ . Aby se ale vzdálenostní potenciál vozidla nenavýšoval pouze prostřednictvím vyrovnávacích proměnných (což by bylo algoritmem preferováno, protože proměnné  $w_{ij}$  neovlivňují hodnotu účelové funkce), je do soustavy zahrnuta skupina omezujících podmínek (35). Ta zajistí, že nedojde-li k nařízení dobíjení po skupině  $s_i$ , všechny vyrovnávací proměnné budou nulové. V ostatních případech je podmínka nadbytečná.

V situaci, kdy není třeba nabíjet, je výraz na pravé straně skupiny podmínek (35) roven 0, což zajistí, že podmínky (24) a (36) jsou nadbytečné. Nastane-li však potřeba nabíjet, položí algoritmus jednu z proměnných  $y_{ij}$  obsažených v sumě na pravé straně podmínky (35) rovnu 1 (že to bude pouze jedna z proměnných, to zajistí podmínka (24)). Pravá strana podmínky (35) bude kladná, čímž se uvolní prostor pro vyrovnávací proměnné na levé straně, které mohou nabývat libovolných hodnot z intervalu  $\langle 0; T \rangle$ . Tím se současně stane aktivní jedna podmínka ze skupiny podmínek (36) podle toho, ke které lokalitě bude přiřazeno dobíjení. V důsledku to vypadá tak, že k rozhodnutí o dobíjení prostřednictvím proměnné  $y_{ij} = 1$  odpovídá nulová hodnota proměnné  $w_{ij}$ , ostatní budou kladné, vyrovnání ve skupině podmínek (33) pro dané  $x_i$  je zajištěno.

Skupina podmínek (25) vytváří vazby mezi proměnnými  $y_{ij}$  a  $z_j$  a zajišťuje rozhodnutí, že když je elektrobusu nařízeno nabíjení v lokalitě  $j$ , bude v ní vybudována nabíjecí stanice a naopak, nebude-li vybudována nabíjecí stanice  $j$ , nebude k ní umožněn přejezd vozidel.

Skupina podmínek (34) rozhoduje, kdy je nutné elektrobus k rychlonabíjení vyslat. Pokud se na levé straně podmínky objeví záporná hodnota, znamená to, že elektrobus má stále dostatečný vzdálenostní potenciál k obsluze následující skupiny spojů, na pravé straně podmínky tak může algoritmus položit všechny proměnné  $y_{ij}$  a  $u_i$  rovny 0 (u proměnné  $u_i$  však v tomto případě není na závalu, bude-li nabývat v této situaci hodnoty 1). Význam proměnné  $u_i$  je však klíčový v opačném případě, tj. kdy je levá strana podmínky kladná. Znamená to, že vzdálenostní potenciál je nižší, než si následující skupina spojů žádá, tudíž je nutno nařídit rychlonabíjení, aby se vzdálenostní potenciál navýšil. V takovém případě algoritmus přiřadí elektrobus lokalitě prostřednictvím jedné z proměnných  $y_{ij}$  (v jednom případě tak určitě musí učinit prostřednictvím proměnné  $y_{ij}$ , jinak totiž zvýšení



vzdálenostního potenciálu nedocílí). Protože je však žádáno, aby v dané situaci byl elektrobuses přiřazen pouze jedné lokalitě, což nařizuje skupina podmínek (24), je nutno zajistit splnění podmínek vztahujících se k ostatním lokalitám jinak. Za tím účelem obsahují podmínky právě člen  $T \cdot u_i$ , který splnění ostatních podmínek v těchto situacích zajistí.

Zbývající skupiny podmínek (26)-(30), (37) a (38) tvoří obligatorní podmínky.

Model v druhé fázi byl aplikován na jednoduchou úlohu o jednom oběhu, třech skupinách spojů a třech lokalitách, ve kterém dokázal optimálně rozhodovat o 15-ti minutovém rychlonabíjení a přiřazovat vozidlo jedné z lokalit. Velikost modelu se zvětšila o proměnné plnící zejména pomocnou vyrovnávací funkci.

V další fázi vývoje matematického modelu bylo cílem efektivně upravit matematický model tak, aby se z hlediska jeho velikosti zjednodušil a zapracovat v modelu možnost rozhodování o delších dobách rychlonabíjení, než je 15 minut.

### 3.4 Konečná verze matematického modelu

V úvodu budou zrekapitulovány použité symboly:

Počet nasazených elektrobuses (počet oběhů)...	$p$
Počet skupin spojů v rámci oběhu elektrobuse $k$ ...	$m_k$
Spotřeba skupiny spojů v oběhu $k$ v rámci skupiny spojů $i$ v km ...	$s_{ki}$
Vzdálenost od cílové konečné zastávky posledního spoje skupiny $i$ k lokalitě $j$ v oběhu $k$ (a z lokality $j$ na výchozí konečnou zastávku začínajícího spoje ve skupině $i+1$ )...	$d_{kij}$
Disponibilní vzdálenost elektrobuse v oběhu $k$ po skupině spojů $i$ ...	$D_{ki}$
Náklady na vybudování nabíjecí stanice v lokalitě $j$ ...	$F_j$
Náklady na ujetí 1 km neproduktivně ujeté vzdálenosti k nabíjecí stanici...	$c$

Pro potřeby modelu je využita diskretizace doby rychlonabíjení, a to po 15-ti minutách (uvedený způsob diskretizace vyplývá z obecných zásad pro diskretizaci v podkapitole 2.1):

Vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 15-ti minutovém rychlonabíjení...	$a$
--	-----

Vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 30-ti minutovém rychlonabíjení...  $b$

Vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 45-ti minutovém rychlonabíjení...  $e$

Tab. 3.3 Proměnné vystupující v konečné verzi modelu

Charakteristika proměnné	Označení proměnné
Rozhodnutí o vybudování dobíjecí stanice v lokalitě $j$	$z_j$
Rozhodnutí o přejezdu elektrobusu v oběhu $k$ lokalitě $j$ po obsloužení skupiny spojů $i$ za účelem 15-ti minutového rychlonabíjení	$y_{kij}$
Rozhodnutí o přejezdu elektrobusu z oběhu $k$ lokalitě $j$ po obsloužení skupiny spojů $i$ za účelem 30-ti minutového rychlonabíjení	$w_{kij}$
Rozhodnutí o přejezdu elektrobusu z oběhu $k$ lokalitě $j$ po obsloužení skupiny spojů $i$ za účelem 45-ti minutového rychlonabíjení	$u_{kij}$
Vzdálenostní potenciál vozidla po obsloužení skupiny spojů $i$ v oběhu $k$	$x_{ki}$

Výsledný matematický model pro řešení zadané úlohy je následující:

$$\min f(u, w, y, z) = \sum_{j=1}^n F_j \cdot z_j + \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^{m_k} \sum_{j=1}^n c \cdot 2 \cdot d_{kij} \cdot (y_{kij} + w_{kij} + u_{kij}) \quad (42)$$

Výraz (42) představuje ÚF, která minimalizuje hodnotu optimalizačního kritéria, jenž se skládá ze dvou členů. První člen představuje náklady spojené s vybudováním nabíjecích stanic, druhý člen jsou náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za účelem nabití trakčních baterií elektrobusů.

Za podmíněk:

$$x_{ki} + \sum_{j=1}^n \left[ (a - 2 \cdot d_{kij}) \cdot y_{kij} + (b - 2 \cdot d_{kij}) \cdot w_{kij} + (e - 2 \cdot d_{kij}) \cdot u_{kij} \right] = x_{ki+1} + s_{ki+1} \quad ,$$

$$\text{pro } k = 1 \dots p, i = 0 \dots m_k - 1 \quad (43)$$

Skupinu omezujících podmínek (43) tvoří podmínky rovnováhy, které vypočítávají hodnoty vzdálenostního potenciálu vozidla před obsluhou skupin spojů. Vzdálenostní

potenciál před  $i+1$ -ní skupinou spojů + nabitý vzdálenostní potenciál v nabíjecí stanici = spotřeba km v  $i+1$ -ní skupině spojů + zůstatek vzdálenostního potenciálu po obslužení  $i+1$ -ní skupiny. V této souvislosti je třeba upozornit, že výchozí stav ve vzdálenostním potenciálu modelují podmínky (51) - (54), které zajistí skutečnost, že první podmínka ze skupiny podmínek (43) bude mít tvar  $x_{k0} = x_{k1} + s_{k1}$ , *pro*  $k = 1...p$ .

$$\sum_{j=1}^n (y_{kij} + w_{kij} + u_{kij}) \leq 1 \quad \text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k \quad (44)$$

Skupina podmínek (44) zajistí, že v každém oběhu a po každé obsluze skupin spojů může maximálně jedná z proměnných  $y_{kij}$ ,  $w_{kij}$  a  $u_{kij}$  nabýt hodnotu 1. Ve skutečnosti se to projevuje tak, že pokud je třeba nabíjet, provede se rychlonabíjení po dobu buďto 15, 30 nebo 45 minut a rychlonabíjení bude nařízeno pouze v jedné lokalitě.

$$x_{ki} + (a - 2 \cdot d_{kij}) \cdot y_{kij} + (b - 2 \cdot d_{kij}) \cdot w_{kij} + (e - 2 \cdot d_{kij}) \cdot u_{kij} \leq 120$$

$$\text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k, j = 1...n \quad (45)$$

Skupina podmínek (45) ošetřuje skutečnost, že vzdálenostní potenciál elektrobusu může být maximálně 120 km. Znamená to, že při volbě typu rychlonabíjení nelze tuto hranici překročit.

$$y_{kij} + w_{kij} + u_{kij} \leq z_j \quad \text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k, j = 1...n \quad (46)$$

Skupina podmínek (46) vytváří vazby mezi proměnnými  $y_{kij}$ ,  $w_{kij}$  a  $u_{kij}$  a proměnnou  $z_j$  a zajišťuje rozhodnutí, že, když je elektrobus přiřazen lokalitě, bude v ní vybudována nabíjecí stanice a naopak, nebude-li v lokalitě  $j$  vybudována nabíjecí stanice, nebude k ní umožněn přejezd vozidel a tedy ani umožněn jakýkoliv typ nabíjení.

$$y_{kij} \in \{0;1\} \quad \text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k, j = 1...n, 2 \cdot d_{kij} \leq D_{ki} \quad (47)$$

$$w_{kij} \in \{0;1\} \quad \text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k, j = 1...n, D_{ki} - 2 \cdot d_{kij} \geq 7 \quad (48)$$

$$u_{kij} \in \{0;1\} \quad \text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k, j = 1...n, D_{ki} - 2 \cdot d_{kij} \geq 14 \quad (49)$$

$$z_j \in \{0;1\} \quad \text{pro } j = 1...n \quad (28)$$

$$x_{ki} \geq 0 \quad \text{pro } k = 1...p, i = 1...m_k \quad (50)$$

$$x_{k0} = 120 \quad \text{pro } k = 1...p \quad (51)$$

$$y_{k0j} = 0 \quad \text{pro } k = 1...p, j = 1...n \quad (52)$$

$$w_{k0j} = 0 \quad \text{pro } k = 1 \dots p, j = 1 \dots n \quad (53)$$

$$u_{k0j} = 0 \quad \text{pro } k = 1 \dots p, j = 1 \dots n \quad (54)$$

Zbývající skupiny podmínek (47) - (54) tvoří obligatorní podmínky. Kromě toho, že jsou proměnné  $y_{kij}$ ,  $w_{kij}$  a  $u_{ki}$  bivalentní, budou vzhledem k jejich vysokému počtu v textu programu, který bude zadaný model řešit, koncipovány jako dynamické. Znamená to, že jsou do modelu zavedeny pouze v případě, je-li splněna jejich definovaná podmínka pro jejich smysluplné zavedení. U podmínek (47) se vytvoří proměnná pouze tehdy, je-li disponibilní vzdálenost rovna alespoň neproduktivně ujeté vzdálenosti. U podmínek (48) se vytvoří proměnná až tehdy, kdy je disponibilní vzdálenost snížena o neproduktivně ujetou vzdálenost rovna minimálně 7 km. Vzdálenost 7 km je přepočítaná doba 15 minut, kterou vozidlo může zůstat v nabíjecí stanici nad rámec prvních 15 minut rychlonabíjení (viz vzorec (13) v kapitole 2.5). Analogicky podmínky (49), které se vytvoří až tehdy, kdy je disponibilní vzdálenost snížena o neproduktivně ujetou vzdálenost rovna minimálně 14 km.

V další kapitole budou zpracována konkrétní vstupní data pro matematický model.

## 4 Příprava vstupních dat pro matematický model

V analytické části bylo rozhodnuto o typologii výběru vstupních dat pro optimalizační výpočet. Kapitola 4 bude věnována jejich přípravě pro konkrétní výpočet.

### 4.1 Identifikace oběhů vhodných k nasazení elektrobusů

První skupinu vstupních dat tvoří seznam oběhů, které splňují deklarované podmínky pro možné nasazení elektrobusů.

Nejdříve byly vybrány oběhy vozidel na dělených směnách, které splňují podmínku vhodné výměny autobusu za elektrobus z hlediska typu vozidla. Těchto oběhů vozidel je v podmínkách DPO celkem 86 a jejich seznam i s klíčovými informacemi je uveden v elektronické příloze A uvedené na CD přiloženém k této práci. V seznamu oběhů vozidel je třeba dále identifikovat dále oběhy, které splňují podmínky doby odstavení vozidla přes noc 8 hodin a oběhy, u kterých spotřeba spojů v rámci jedné skupiny nepřekročí 120 km. Po analýze všech těchto oběhů byl počet oběhů vozidel redukován na 74 a jejich výčet je uveden v tab. 4.1. Z uvedeného výčtu vyplývá, že 12 oběhů vozidel nesplnilo zmíněné požadavky. Jednalo se především o požadavek, aby spotřeby skupin spojů v těchto obězích vozidel nepřekročily hodnotu 120 km. Mezi vyřazenými oběhy vozidel se vyskytují i oběhy, jejichž spotřeby skupin spojů se této hranici blíží, přičemž jejich vyřazení bylo učiněno především z technologických důvodů. Existuje totiž riziko, že během provozu by se spotřeba mohla díky nežádoucím jevům v reálném provozu zvýšit a překročit tak hranici 120 km. Těmito nežádoucími jevy mohou být např. dopravní kongesce, které jsou v městském provozu běžné. Ve výčtu vhodných oběhů vozidel lze identifikovat oběhy, jejichž celkový denní proběh je nižší než 120 km a pro optimalizační výpočet budou také vyřazeny. Je však třeba upozornit, že v případě druhé skupiny vyřazených spojů ze seznamu oběhů tyto oběhy vozidel však neztrácí svoji šanci na návrh pro provoz elektrobusů. Jejich vyřazení je pouze z výpočetních důvodů, jelikož u nich není nutné provádět rozhodnutí ve smyslu rychlonabíjení a tedy není nutné ani jejich přiřazování nabíjecím stanicím v uvažovaných lokalitách. Jejich zařazení do matematického modelu by výpočet zbytečně zatěžovalo dalšími nadbytečnými podmínkami, což může způsobit prodloužení výpočetního času. Při optimalizaci se totiž obecně doporučuje

dodržovat zásadu, aby matematický model byl co nejjednodušší z hlediska svého rozsahu. Seznam vyřazených oběhů vozidel i s uvedením důvodu vyřazení je uveden v tab. 4.2.

*Tab. 4.1. Soupis oběhů vozidel splňujících požadavky na náhradu autobusu elektrobusem z technologických důvodů*

Pořadí oběhu	Označení oběhu	Pořadí oběhu	Označení oběhu	Pořadí oběhu	Označení oběhu	Pořadí oběhu	Označení oběhu
1	21/404	23	31/409	45	49/421	67	59/403
2	21/405	24	33/402	46	50/402	68	64/402
3	22/402	25	34/406	47	50/403	69	66/421
4	22/403	26	34/421	48	50/404	70	77/421
5	23/403	27	34/422	49	51/402	71	77/422
6	24/403	28	37/408	50	51/403	72	77/423
7	24/404	29	38/403	51	52/404	73	77/424
8	24/405	30	38/404	52	53/401	74	82/401
9	24/406	31	38/405	53	53/402		
10	24/407	32	39/412	54	53/403		
11	24/408	33	39/413	55	54/405		
12	24/409	34	39/414	56	56/422		
13	24/412	35	40/405	57	56/423		
14	25/401	36	40/406	58	56/424		
15	26/401	37	40/407	59	57/402		
16	26/402	38	46/405	60	57/403		
17	27/421	39	46/406	61	57/404		
18	27/422	40	46/407	62	57/405		
19	28/404	41	49/404	63	58/405		
20	28/405	42	49/405	64	58/406		
21	28/406	43	49/407	65	58/407		
22	31/408	44	49/408	66	59/402		

Tab. 4.2. Soupis vyřazených oběhů vozidel s důvodem vyřazení

Pořadí oběhu	Označení oběhu	Důvod vyřazení
1	21/406	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
2	34/405	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
3	36/408	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
4	36/409	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
5	37/410	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
6	37/411	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
7	39/409	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
8	39/421	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
9	45/403	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
10	55/421	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
11	57/401	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
12	59/401	spotřeba některé ze skupin spojů je vyšší než 120 km
13	26/402	denní proběh vozidla je menší než 120 km
14	27/421	denní proběh vozidla je menší než 120 km
15	33/402	denní proběh vozidla je menší než 120 km
16	37/408	denní proběh vozidla je menší než 120 km
17	49/407	denní proběh vozidla je menší než 120 km
18	56/423	denní proběh vozidla je menší než 120 km
19	56/424	denní proběh vozidla je menší než 120 km
20	58/407	denní proběh vozidla je menší než 120 km
21	77/421	denní proběh vozidla je menší než 120 km

Po všech redukcích bylo pro optimalizační výpočet vybráno 65 oběhů vozidel (tab. 4.3), která splňují všechny požadavky deklarované v kapitole 2. Pro matematický model je tak znám první parametr a tím je počet oběhů vozidel, který je v matematickém modelu reprezentován symbolem  $p$ . Jednotlivým oběhům vozidel je třeba stanovit počet skupin spojů a u těchto skupin z dostupných podkladů zjistit jejich spotřeby. Po vymezení skupin spojů každému oběhu vozidla je třeba zhotovit pro každý oběh matici vzdáleností.

Tab. 4.3. Soupis oběhů vozidel zařazených do optimalizačního výpočtu

<b>Pořadí</b>	<b>Oběh</b>	<b>Pořadí</b>	<b>Oběh</b>	<b>Pořadí</b>	<b>Oběh</b>
1	22/403	23	34/422	45	53/402
2	23/403	24	38/405	46	53/403
3	24/403	25	39/412	47	54/405
4	24/404	26	39/413	48	56/422
5	24/405	27	39/414	49	57/402
6	24/406	28	40/405	50	57/403
7	24/407	29	40/406	51	57/404
8	24/408	30	40/407	52	57/405
9	24/409	31	46/405	53	58/405
10	24/412	32	46/406	54	58/406
11	26/401	33	46/407	55	59/402
12	22/402	34	49/404	56	59/403
13	25/401	35	49/405	57	64/402
14	27/422	36	49/408	58	66/421
15	31/408	37	49/421	59	77/422
16	31/409	38	50/402	60	77/423
17	28/404	39	50/403	61	77/424
18	28/405	40	50/404	62	82/401
19	38/403	41	51/402	63	21/404
20	38/404	42	51/403	64	21/405
21	28/406	43	52/404	65	34/406
22	34/421	44	53/401		

## 4.2 Sestavení matice vzdáleností

Každému oběhu vozidla  $k$  je určen počet skupin spojů, který může být pro každý oběh jiný. Počet skupin spojů totiž závisí na počtu přestávek vhodných pro rychlonabíjení, které se nachází během oběhu vozidla. Počet skupin spojů v oběhu vozidla (tab. 4.4) je v matematickém modelu označován symbolem  $m_k$ .



Tab. 4.4. Soupis počtů skupin spojů v jednotlivých obězích

Oběh	Počet skupin	Oběh	Počet skupin	Oběh	Počet skupin
22/403	5	34/422	2	53/402	3
23/403	3	38/405	2	53/403	2
24/403	5	39/412	2	54/405	2
24/404	2	39/413	3	56/422	2
24/405	3	39/414	3	57/402	2
24/406	2	40/405	3	57/403	4
24/407	3	40/406	2	57/404	3
24/408	3	40/407	2	57/405	2
24/409	4	46/405	3	58/405	3
24/412	2	46/406	3	58/406	2
26/401	4	46/407	5	59/402	4
22/402	5	49/404	5	59/403	4
25/401	2	49/405	2	64/402	4
27/422	2	49/408	4	66/421	2
31/408	2	49/421	2	77/422	2
31/409	2	50/402	2	77/423	3
28/404	2	50/403	3	77/424	3
28/405	2	50/404	5	82/401	4
38/403	2	51/402	3	21/404	2
38/404	2	51/403	2	21/405	2
28/406	2	52/404	2	34/406	2
34/421	2	53/401	4		

#### **Postup sestavování matice vzdáleností**

Každá skupina spojů v sobě implicitně nese informaci o pozici vozidla na linkové síti, ve které se vozidlo nachází po obsluze této skupiny spojů. Informace je zapsána v informační tabulce uvedené v elektronické příloze B na přiloženém CD, podle které byly vypracovány všechny matice vystupující v textu programu. Při znalosti pozice vozidla lze tak pro daný oběh sestavit matici vzdáleností, kde jsou vzdálenosti stanoveny pomocí mapového prohlížeče veřejně přístupného na internetu. U každé trasy byla kontrolována její přípustnost z pohledu průjezdnosti vozidla. Sestavené matice vzdálenosti jsou rovněž

uvedeny v elektronické příloze B. Rozměr matice vzdáleností pro každý oběh vozidla je dán počtem skupin spojů a počtem lokalit pro nabíjecí stanice, obecně  $m_k \times n$ , kde  $n$  je počet lokalit. Počet oběhů vozidel stanovených pro řešení problému je 65, což představuje sestavení 65 matic vzdáleností. Pro výpočetní účely je třeba všechny tyto matice sloučit do jedné matice, kde počet prvků bude obecně  $p \times \max\{m_k\} \cdot n$ , kde  $\max\{m_k\}$  je rozměr odpovídající maximálnímu počtu skupin spojů ze všech oběhů vozidel. Uvedený rozměr je nutno respektovat za účelem vhodné implementace modelu do textu programu, na základě jehož běhu se děje optimalizační výpočet. Finální matice vzdáleností musí být sestavena ve vhodném tvaru.

$$p = 1, \dots, 65$$

$$m_k = 0, \dots, 5$$

$$n = 1, \dots, 8$$

Do matice vstupuje 65 oběhů reprezentujících řádky matice a 6 skupin spojů s 8-mi lokalitami představujícími sloupce matice. Počet skupin spojů je v matici udáván 6, a to z důvodu, že v modelu je ošetřen stav vzdálenostního potenciálu  $x_0$ , což je stav před začátkem obsluhy první skupiny spojů a tento stav je označován jako nulový, resp. je značen indexem 0. Tomuto stavu musí odpovídat i „fiktivní“ nulová spotřeba  $s_0$ , jejíž hodnota je 0. Počet sloupců matice je 48, kde prvních 8 prvků na řádku jsou vzdálenosti k lokalitám vztahující se k nulté skupině spojů, druhých 8 prvků vzdálenosti k lokalitám vztahující se k první skupině spojů, analogický význam mají zbývající prvky řádku. Vzdálenosti k lokalitám vztahující se k nulté skupině spojů nejsou pro výpočet relevantní, jsou tedy nahrazeny prohibitivními konstantami  $T$ , jejichž hodnoty mohou být například 1000. Důvod náhrady vzdálenosti prohibitivní konstantou mimo jiné souvisí i se zavedením dynamického proměnné v řešené úloze. Zavádění dynamických proměnných do řešené úlohy není totiž samoúčelné. Dynamické proměnné mají jednu zásadní výhodu a to, že se v řešené úloze objeví pouze v případech, kdy je jejich výskyt jednoznačně zapotřebí (jedná se o situaci, kdy je nutno rozhodovat). V situacích některých modelovaných „rozhodnutí“, se v podstatě o rozhodnutí ani nejedná, protože je dopředu známo, jaké hodnoty rozhodovací proměnná ve výsledku nabude. Jinak řečeno, dynamické proměnné se v matematickém modelu objevují za předpokladu, když jsou splněny podmínky jejich výskytu. Např. pro proměnnou  $y_{kij}$  je podmínkou splnění pro její výskyt v modelu  $2 \cdot d_{kij} \leq D_{ki}$ , Ta říká, že je-li neproduktivně ujetá vzdálenost menší než disponibilní vzdálenost vozidla, bude proměnná  $y_{kij}$  vytvořena. V případě nulté skupiny spojů je

$2 \cdot d_{k0j} = 2000$ , pro  $k = 1, \dots, 65, j = 1, \dots, 8$  (tj. neproduktivně ujetá vzdálenost činí 2000 km).

Je evidentní, že předpoklad pro zavedení proměnné modelující přiřazení vozidla nabíjecí stanici na dobu rychlonabíjení 15 min je splněn pouze tehdy, dosáhne-li  $D_{k0}$  hodnoty 2000, což odpovídá disponibilní vzdálenosti 2000 km, to po přepočtu znamená, že by vozidlo muselo mít k dispozici alespoň 4800 minut přestávky, tj. 80 hodin, což nemůže nastat, tj. proměnná  $y_{k0j}$  pro  $k = 1, \dots, 65, j = 1, \dots, 8$  modelující přiřazení oběhu  $k$  po nulté skupině spojů lokalitě  $j$ , nebude do úlohy zavedena. Analogické úvahy se váží i na prohibitivní konstanty zavedené na jiných pozicích matice vzdáleností, to se týká i proměnných modelujících nařízení přejezdu k nabíjecím stanicím s dobou rychlonabíjení 30 a 45 min.

V každém oběhu budou za těmito symboly následovat vzdálenosti vztahující se ke skupinám spojů v daném oběhu, seřazené tak, jak jdou po sobě skupiny spojů. V případech oběhů, kde je počet skupin spojů menší než 6, je na pozicích vzdáleností absentujících skupin spojů rovněž prohibitivní konstanta  $T$ . Důvod je totožný jako u vzdáleností v případě nulté skupiny spojů.

Kompletní matice vzdáleností má rozměr  $65 \times 48$  a je přiložena v elektronické příloze C na přiloženém CD.

### **4.3 Sestavení matice spotřeb**

V každém oběhu vozidla  $k$  je  $m_k$  skupin spojů, přičemž pro každou skupinu spojů  $i = 1, \dots, m_k$  je známa spotřeba  $s_{ki}$ , která bude zjištěna ze vstupních podkladů, kterými jsou současné oběhy autobusů, u nichž se uvažuje o náhradě elektrobusy.

#### **Postup sestavování matice spotřeb**

Postup zjištění hodnot spotřeb je popsán pomocí příkladu na obr. 4.1. První skupinu spojů tvoří režijní jízda bez cestujících z garáže Počáteční na zastávku Hranečnick, při které vozidlo ujede vzdálenost 0,352 km, následuje spoj Hranečnick – Most M. Sýkory (12,722 km) a spoj Most M. Sýkory – Hranečnick (13,543 km), po kterém následuje 37 minut přestávka, což splňuje podmínku pro výběr vhodné přestávky pro rozhodování o rychlonabíjení. Tyto dva spoje společně s režijní jízdou bez cestujících tvoří první skupinu spojů daného oběhu, v rámci které vozidlo ujede vozidlo vzdálenost 26,617 km, jež představuje spotřebu v první skupině spojů. Další skupinu spojů téhož oběhu tvoří

spoje, kdy mezery mezi nimi vzhledem ke krátkosti přestávek neumožňují rychlonabíjení. Jedná se o spoje Hranečník – Most M. Sýkory (12,722), Most M. Sýkory – Hranečník (13,543), Hranečník – Most M. Sýkory (12,722), Most M. Sýkory – Hranečník (13,543) a režijní jízda bez cestujících Hranečník – garáže Počáteční (0,452 km), tj. celková spotřeba druhé skupiny spojů činí 52,545 km. Tímto postupem se zjišťují spotřeby ve všech skupinách spojů u všech oběhů vozidel vybraných pro optimalizační výpočet.

Linka 22	Kód cíle	0927	0100	0100	0100	
	Km spoje	0,352	12,722	12,722	12,722	
<i>garáže Počáteční</i>		<b>4:15 s</b>				
<b>Hranečník</b>		<b>4:16</b>	<b>4:16</b>	<b>5:46</b>	<b>7:06</b>	
Trnkovec			4:20	5:51	7:11	
Na Jánské			4:24	5:56	7:16	
Chrustova			4:31	6:03	7:23	
Důl Petr Bezruč			4:36	6:08	7:28	
<b>Most M.Sýkory</b>			4:42	6:15	7:35	

Linka 22	Kód cíle		0066	0066	0066	0927
	Km spoje		13,543	13,543	13,106	0,452
<b>Most M.Sýkory</b>			<b>4:42</b>	<b>6:15</b>	<b>7:35</b>	
Důl Petr Bezruč			4:48	6:23	7:43	
Chrustova			4:52	6:27	7:47	
Na Jánské			4:59	6:34	7:54	
Trnkovec			5:04	6:39	7:59	
<b>Hranečník</b>			5:09	6:44	8:04	<b>8:04 s</b>
<i>garáže Počáteční</i>						<b>8:05</b>

Obr. 4.1. Ranní část oběhu 22/402 na lince 22

Podoba matice spotřeb je uvedena na následujícím fragmentu matice, kde jsou uvedeny pouze spotřeby prvního a posledního oběhu a oběhu č. 12, ke kterému se vztahuje obr. 4.1:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 16.846 & 26.265 & 26.28 & 83.719 & 26.28 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 26.617 & 52.545 & 26.617 & 26.265 & 26.280 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 56.488 & 97.478 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

V každém řádku je nejdříve uvedena spotřeba nulté skupiny spojů. Jelikož vozidlo přiřazené každému oběhu je v nulté skupině vždy teprve před obsluhou první skupiny spojů, je na prvním místě každého řádku prvek s hodnotou 0. V případech oběhů, kde je

počet skupin spojů menší než 6, je na pozicích spotřeb absentujících skupin spojů rovněž 0, jelikož je vozidlo po obsluze všech svých skupin spojů v rámci svého oběhu, tzn. že v rámci daného oběhu již nevzniká žádná další spotřeba.

Rozměr kompletní matice spotřeb je  $65 \times 6$  a je uvedena v elektronické příloze D na přiloženém CD.

#### 4.4 Sestavení matice disponibilních vzdáleností

V každém oběhu vozidla  $k$  je  $m_k$  skupin spojů a mezi těmito skupinami spojů jsou přestávky s možností pro rozhodování o rychlonabíjení, které obsahují klíčovou informaci o disponibilní vzdálenosti  $D_{ki}$ . I tyto údaje budou zjišťovány ze současných oběhů autobusů. Jako příklad postupu získávání hodnoty disponibilní vzdálenosti lze opět použít obr. 4.1.

##### Postup sestavování matice disponibilních vzdáleností

Mezi skupinou spojů 1 v oběhu 22/402 končící v čase 5:09 a skupinou spojů 2 začínající v čase 5:46 je přestávka 37 minut. Podle definice disponibilní doby je disponibilní doba vozidla po první skupině spojů 22 minut. Podle vzorce (13) je pak disponibilní doba přepočítána na disponibilní vzdálenost a ta je rovna 9,2 km. Podoba matice disponibilních vzdáleností je uvedena na následujícím fragmentu matice, kde jsou uvedeny pouze disponibilní vzdálenosti prvního a posledního oběhu a oběhu č. 12, ke kterému se vztahuje obr. 4.1:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 7.9 & 7.1 & 90 & 7.1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 9.2 & 147.9 & 7.1 & 12.1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 173.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Po nulté skupině spojů je nulová disponibilní vzdálenost, před první skupinou spojů není třeba uvažovat o disponibilní vzdálenosti, jelikož je elektrobus nabitý na maximální kapacitu, a tak je na pozici  $i = 0$  nulová hodnota. Nulová hodnota disponibilní vzdálenosti v matici  $D$  se tak společně s prohibitivní konstantou  $T$  na odpovídající pozici v matici vzdáleností  $d$  podílí na nesplnění předpokladů pro vytvoření proměnných  $y_{kij}$ ,  $w_{kij}$  a  $u_{kij}$ .

Rozměr kompletní matice disponibilních vzdáleností je 65 x 6 a matice je uvedena v elektronické příloze E na přiloženém CD.

Po zpracování všech vstupních dat v podobě matic je třeba získat i ostatní údaje, které musí vystupovat v matematickém modelu.

#### ***4.5 Stanovení ostatních veličin vystupujících v matematickém modelu***

Mezi ostatní rozhodující údaje, které zbývá určit, patří náklady spojené s vybudováním nabíjecích stanic, náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost elektrobuse a v poslední řadě také množství energie, která elektrobuse získá prostřednictvím 15-ti, 30-ti a 45-ti minutového rychlonabíjení, transformovaná na kilometrické vzdálenosti, o které se bude zvyšovat jeho vzdálenostní potenciál.

Zástupce DPO, a.s. poskytl k práci informace o nákladech na vybudování jednoho nabíjecího stojanu pro pomalé nabíjení a jednoho nabíjecího stojanu pro rychlonabíjení:

- náklady na vybudování nabíjecího stojanu pro pomalé nabíjení ...  $G = 120\,000,-$  Kč,

- náklady na vybudování nabíjecího stojanu pro rychlonabíjení ...  $F = 300\,000,-$  Kč.

Jelikož je v úloze rozhodováno o nařizování rychlonabíjení elektrobuse, jsou směrodatným údajem pro optimalizační výpočet náklady  $F$ .

Je třeba zdůraznit, že dále bude rozlišován pojem nabíjecí stanice od pojmu nabíjecí stojan. Nabíjecí stojany jsou samotná technická zařízení pro nabíjení a jsou součástí nabíjecí stanice. Počet nabíjecích stojanů v nabíjecí stanici není předem znám a není nijak kapacitně omezen. Pro potřeby optimalizačního výpočtu bude vybudování nabíjecí stanice reprezentovat vybudování nabíjecí stanice o jednom nabíjecím stojanu, z čehož vyplývá, že při vybudování nabíjecí stanice budou výsledné náklady budou pouze orientační, jelikož v závislosti na počtu přiřazených elektrobuse nabíjecí stanici bude třeba určit i počet nabíjecích stojanů, které bude nutno vybudovat v nabíjecí stanici a určit nakonec skutečné náklady na vybudování nabíjecí stanice. Počet nabíjecích stojanů ve stanici bude třeba určit rozbořem na základě výstupů z modelu, tím však může být poměrně výrazně narušena optimalita získaného řešení

Druhou významnou informací z hlediska optimalizačního kritéria jsou náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost. Dle [5] jsou celkové náklady 31,86 Kč/vozk. Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost v matematickém modelu představuje symbol  $c$ .

Náklady jsou pro jednodušší výpočty zaokrouhleny na nejbližší vyšší celé číslo.

Vstupní údaj je tedy formulován:

- celkové náklady na 1 vozk neproduktivně ujeté vzdálenosti ...  $c = 32,- \text{ Kč.vozkm}^{-1}$

Posledními údaji pro optimalizační výpočet jsou hodnoty vzdálenosti, o kterou se zvýší vzdálenostní potenciál v případě nabíjení. Vychází se z předpokladu, že energie v trakční baterii se akumuluje úměrně době nabíjení. Za 1 minutu rychlonabíjení elektrobuses nabije energii na 2 km vzdálenosti a na základě tohoto prohlášení jsou určeny následující hodnoty:

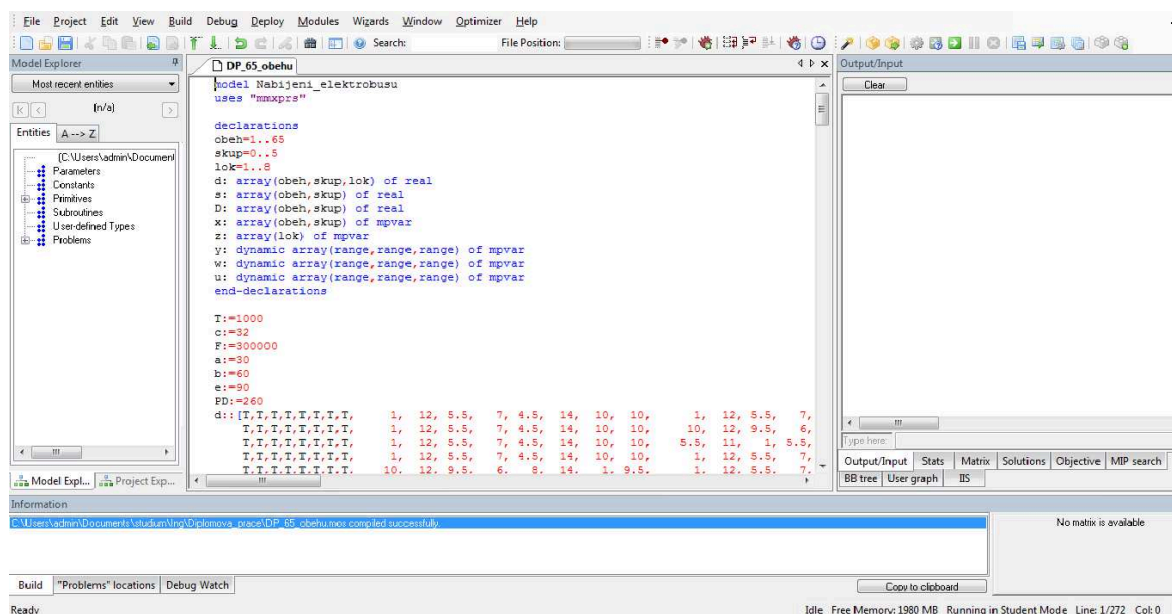
- vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 15-ti minutovém rychlonabíjení... 30 km,
- vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 30-ti minutovém rychlonabíjení... 60 km,
- vzdálenost, o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 45-ti minutovém rychlonabíjení... 90 km.

Nevýhodou matematického modelu, tak jak byl dosud navržen, je, že nezohledňuje dobu provozu, algoritmus provede výpočet pouze v rámci jednoho cyklu, v tomto případě v rámci jednoho dne, což může hodnotu výsledného řešení výrazně zkreslit. Doba provozu delší než jeden den lze v ÚF zohlednit tak, že člen představující náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost je vynásoben počtem cyklů (dní), pro který je výpočet vztažen. Počet dní určí řešitel a může to být například počet pracovních dní v rámci jednoho kalendářního roku nebo jiného časového období.

Všechna vstupní data pro optimalizační výpočet jsou připravena a lze je tedy nyní dosadit do matematického modelu. Před výpočtem je však potřeba matematický model transformovat do textu programu, se kterým pracuje software Xpress-IVE.

## 4.6 Popis prostředí optimalizačního software Xpress-IVE

Prostředí programu tvoří roletové menu umístěné na samotné horní části okna programu (viz obr. 4.2). Pod menu se nachází standardní panel nástrojů a ovládací panel a pod těmito panely jsou standardně tři okna. Prostřední okno představuje pracovní plochu, do které je zapisován text programu, okno v levé části obrazovky tvoří přehled prvků vystupujících v textu programu a okno v pravé části slouží pro výpis výsledků řešených problémů, ve kterém jsou k dispozici i některé statistické údaje o průběhu optimalizačního výpočtu. Pod těmito okny se nachází stavový řádek, který předkládá informativní zprávy např. potvrzení o syntaktické správnosti textu programu, výpis chyb z pohledu syntaxe apod.



Obr. 4.2. Prostředí programu Xpress-IVE

## 4.7 Transformace matematického modelu řešeného problému do textu programu

Úvodní část tvoří zápis.

*model Nabijeni\_elektrobusu*

*uses "mmxprs"*

Následuje příkaz pro zápis do deklarční části programu:



### *declarations*

Deklační část začíná definicí indexů, kde *obeh* je index vztažený k oběhům vozidel, *skup* index vztažený ke skupinám spojů a *lok* je index vztažený k lokalitám pro možnost vybudování nabíjecí stanice:

*obeh*=1..65

*skup*=0..5

*lok*=1..8

Dále jsou v deklarční části definovány konstanty typu pole a proměnné. První konstanta typu pole je vzdálenost z pozice elektrobusu po ukončení obsluhy skupiny spojů k lokalitě  $d_{kij}$ :

*d*: array(*obeh*,*skup*,*lok*) of real

Pokračuje definice spotřeb skupin spojů v obězích  $s_{ki}$ :

*s*: array(*obeh*,*skup*) of real

Poslední definovanou konstantou typu pole je disponibilní vzdálenost elektrobusu  $D_{ki}$ :

*D*: array(*obeh*,*skup*) of real

Následují zápisy proměnných. První definovanou proměnnou je vzdálenostní potenciál  $x_{ki}$ :

*x*: array(*obeh*,*skup*) of mpvar

Zápis proměnné, rozhodující o vybudování či nevybudování nabíjecí stanice  $z_j$ :

*z*: array(*lok*) of mpvar

Zápis dynamické proměnné, rozhodující o nařízení či nenařízení 15-ti minutového rychlonabíjení  $y_{kij}$ :

*y*: dynamic array(range,range,range) of mpvar

Zápis dynamické proměnné, rozhodující o nařízení či nenařízení 30-ti minutového rychlonabíjení  $w_{kij}$ :

*w*: dynamic array(range,range,range) of mpvar

Zápis dynamické proměnné, rozhodující o nařízení či nenařízení 45-ti minutového rychlonabíjení  $u_{kij}$ :

*u*: dynamic array(range,range,range) of mpvar

Protože byly definovány účely konstant typu pole a všechny proměnné, deklarační část končí, její ukončení se provede klíčovým slovem:

*end-declarations*

Po deklarační části následuje část pro zápis všech hodnot vystupujících v modelu. Počínaje zápisem hodnoty prohibitivní konstanty  $T$ :

$T:=1000$

Zápis nákladů na 1 vozkm neproduktivně ujeté vzdálenosti  $c$ :

$c:=32$

Zápis nákladů na vybudování rychlonabíjecího stojanu  $F$ :

$F:=300000$

Zápis hodnoty vzdálenosti  $a$ , o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 15-ti minutovém rychlonabíjení, hodnoty vzdálenosti  $b$ , o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 30-ti minutovém rychlonabíjení a hodnoty vzdálenosti  $e$ , o kterou se navýší vzdálenostní potenciál vozidla po 45-ti minutovém rychlonabíjení:

$a:=30$

$b:=60$

$e:=90$

Počet dní, v rámci kterého bude provoz zajištěn:

$PD:=260$

Dále následuje zápis konstant typu pole, což představují všechny matice. První maticí je matice vzdáleností  $d$ :

$d::[T,T,T,T,T,T,T, \quad 1, \quad 12, \quad 5.5, \quad 7, \quad 4.5, \quad 14, \quad 10, \quad 10, \dots$

...

...,  $T,T,T,T,T,T,T,$

$T,T,T,T,T,T,T]$

Zápis matice spotřeb  $s$ :

$s::[0, \quad 16.846, \quad 26.265, \quad 26.28, \quad 83.719, \quad 26.28,$

...

$0, \quad 56.488, \quad 97.478, \quad 0, \quad 0, \quad 0]$

a nakonec zápis matice disponibilních vzdáleností D:

$D::[0, 7.9, 7.1, 90, 7.1, 0,$   
 $\dots$   
 $0,173.3, 0, 0, 0, 0]$

V další části textu programu následuje zápis SOP. Ze všeho nejdříve je nutno zapsat podmínky vztahující se k zavedení dynamických proměnných  $y_{kij}$ ,  $w_{kij}$  a  $u_{kij}$ :

$forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok | 2*d(k,i,j) \leq D(k,i)) create(y(k,i,j))$   
 $forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok | D(k,i) - 2*d(k,i,j) \geq 7) create(w(k,i,j))$   
 $forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok | D(k,i) - 2*d(k,i,j) \geq 14) create(u(k,i,j))$

Zápis potenciálových podmínek (43):

$forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } 0..4) x(k,i) + (sum(j \text{ in } lok) y(k,i,j) * (a - 2*d(k,i,j))) + sum(j \text{ in } lok) w(k,i,j) * (b - 2*d(k,i,j)) + sum(j \text{ in } lok) u(k,i,j) * (e - 2*d(k,i,j)) = x(k,i+1) + s(k,i+1)$

Zápis přiřazovacích podmínek (44):

$forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup) sum(j \text{ in } lok) (y(k,i,j) + w(k,i,j) + u(k,i,j)) \leq 1$

Zápis kapacitních podmínek (45):

$forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok) x(k,i) + y(k,i,j) * (a - 2*d(k,i,j)) + w(k,i,j) * (b - 2*d(k,i,j)) + u(k,i,j) * (e - 2*d(k,i,j)) \leq 120$

Zápis vazebních podmínek (46):

$forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok) y(k,i,j) + w(k,i,j) + u(k,i,j) \leq z(j)$

Zápis obligatorních podmínek (47) – (49), (28) a (51):

$forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok) y(k,i,j) \text{ is\_binary}$   
 $forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok) w(k,i,j) \text{ is\_binary}$   
 $forall(k \text{ in } obeh, i \text{ in } skup, j \text{ in } lok) u(k,i,j) \text{ is\_binary}$   
 $forall(j \text{ in } lok) z(j) \text{ is\_binary}$   
 $forall(k \text{ in } obeh) x(k,0) = 120$

Obligatorní podmínku (50) určující definiční obor proměnné  $x_{ki}$  není třeba zadávat, protože nezápornost přiřazuje Xpress-IVE proměnné automaticky (pokud není přikázáno jinak). Obligatorní podmínky (52) – (54) pro proměnné  $y_{k0j}$ ,  $w_{k0j}$  a  $u_{k0j}$  není třeba zapisovat

do programu, jelikož při podmínkách dynamických proměnných nebudou tyto proměnné ani vytvořeny.

Za výpisem SOP následuje výpočet hodnoty optimalizačního kritéria a příkaz týkající se typu optimalizace:

```
Naklady:=sum(j in lok) F*z(j) + PD*(sum(k in obeh, i in skup, j in lok)
c*2*d(k,i,j)*y(k,i,j) + sum(k in obeh, i in skup, j in lok) c*2*d(k,i,j)*w(k,i,j) + sum(k in
obeh, i in skup, j in lok) c*2*d(k,i,j)*u(k,i,j))

minimize(Naklady)
```

Text matematického modelu v programu je z věcné stránky kompletní, po něm je třeba zadat do textu programu požadavky na výpisy získaných výsledků. Zpravidla jako první výstup je požadována hodnota ÚF a program ji vypíše pomocí příkazu:

```
writeln("Celkové náklady jsou: ",getobjval," Kč")
```

Dále mohou řešitele zajímat hodnoty ročních a denních nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost:

```
writeln("Roční náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost:",getsol(sum(k in obeh,i in
skup, j in lok)PD*(c*d(k,i,j)*y(k,i,j)+c*d(k,i,j)*w(k,i,j)+c*d(k,i,j)*u(k,i,j))), " Kč")

writeln("Denní náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost:",getsol(sum(k in obeh,i in
skup, j in lok)(c*d(k,i,j)*y(k,i,j)+c*d(k,i,j)*w(k,i,j)+c*d(k,i,j)*u(k,i,j))), " Kč")
```

Pro přehled dílčích nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost v rámci jednoho dne lze požádat o tento přehled zápisem:

```
writeln("Náklady vztažené k ujeté trase k dobíjecí stanici v rámci jednoho dne:")

forall(k in obeh, i in skup, j in lok | getsol(y(k,i,j))>0)
writeln("c*d(",k,"",",i","",",j,"")*y(",k,"",",i","",",j,"")=", getsol(c*2*d(k,i,j)*y(k,i,j)), " Kč")

forall(k in obeh, i in skup, j in lok | getsol(w(k,i,j))>0)
writeln("c*d(",k,"",",i","",",j,"")*w(",k,"",",i","",",j,"")=", getsol(c*2*d(k,i,j)*w(k,i,j)), " Kč")

forall(k in obeh, i in skup, j in lok | getsol(u(k,i,j))>0)
writeln("c*d(",k,"",",i","",",j,"")*u(",k,"",",i","",",j,"")=", getsol(c*2*d(k,i,j)*u(k,i,j)), " Kč")
```

Přehled hodnot přiřazovacích proměnných a výpisů o obězích vozidel, kde a po které skupině spoju budou vozidla nabíjena je proveden pomocí zápisu:

```
writeln("15ti minutová dobíjení:")
```

```

forall(k in obeh,i in skup, j in lok|getsol(y(k,i,j))>0)

writeln("V oběhu ",k," po ",i,". skupině spojů proběhne 15 min dobíjení ve stanici ",j)

forall(k in obeh, i in skup, j in lok | getsol(y(k,i,j))>0)
writeln("y(",k," ",i," ",j,")=",getsol(y(k,i,j)))

writeln("30ti minutová dobíjení:")

forall(k in obeh,i in skup, j in lok|getsol(w(k,i,j))>0)

writeln("V oběhu ",k," po ",i,". skupině spojů proběhne 30 min dobíjení ve stanici ",j)

forall(k in obeh, i in skup, j in lok | getsol(w(k,i,j))>0)
writeln("w(",k," ",i," ",j,")=",getsol(w(k,i,j)))

writeln("45ti minutová dobíjení:")

forall(k in obeh,i in skup, j in lok|getsol(u(k,i,j))>0)

writeln("V oběhu ",k," po ",i,". skupině spojů proběhne 45 min dobíjení ve stanici ",j)

forall(k in obeh, i in skup, j in lok | getsol(u(k,i,j))>0)
writeln("u(",k," ",i," ",j,")=",getsol(u(k,i,j)))

```

Výčet lokalit, ve kterých je třeba vybudovat nabíjecí stanici je proveden příkazem:

```

forall(j in lok|getsol(z(j))>0)

writeln("Vybudovat dobíjecí stanici je nutno v lokalitě ",j)

forall(j in lok|getsol(z(j))>0)writeln("z(",j,")=",getsol(z(j)))

```

Pro informativní účely je v textu programu zaveden příkaz pro výpis hodnot vzdálenostních potenciálů všech oběhů vozidel po jednotlivých skupinách spojů:

```

writeln("Hodnoty potenciálů:")

forall(k in obeh,i in skup)writeln("x(",k," ",i,")=",getsol(x(k,i)))

```

Tím je výpisová část textu programu hotova a text programu lze ukončit klíčovým slovem:

```
end-model
```

Model v programu Xpress-IVE uveden v elektronické příloze H na přiloženém CD.

Všechna vstupní data jsou pro optimalizační výpočet připravena, a tak bude v dalším kroku přistoupeno k variantnímu řešení matematického modelu úlohy, těmto úlohám bude věnována následující kapitola.

## 5 Výpočetní experimenty s navrženým modelem

Ve výpočetní části práce bude na základě nařízených modelů realizován konkrétní návrh na zavedení provozu elektrobuses na dělených směnách a bude provedeno několik experimentů, lišících se od sebe zohledňovanou dobou provozu elektrobuses. Po ukončení experimentů bude sledován vliv doby provozu elektrobuses (vyjádřené počtem dní) na náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost a konečný počet nabíjecích stanic vybudovaných v dopravní síti. Předpokladem pro interpretaci výsledků je stálost oběhů vozidel po celou dobu provozu, pro kterou je výpočet prováděn, z pohledu:

- množiny oběhů obsluhovaných elektrobuses,
- počtu skupin spojů v obězích,
- spotřeb skupin spojů,
- disponibilních vzdáleností po skupinách spojů,
- jednotkových nákladů na ujetou vzdálenost.

Plná znění výpisů požadovaných výsledků jsou poměrně rozsáhlá, pro jednodušší orientaci jsou uvedeny pouze ty výsledky, které jsou předmětem sledování. Kompletní výpisy jsou uvedeny v elektronické příloze F uvedené na přiloženém CD.

Dalším výstupem budou informace o vozidlech a jejich požadavcích z hlediska doby rychlonabíjení a časech, kdy se budou o rychlonabíjení ucházet. Pro tento typ výstupu musely být konkrétní výsledky o přiřazení vozidel stanicím vyjmuty a zpracovány za pomoci vstupních podkladů do tabulek (v elektronické příloze H na přiloženém CD). Výsledky udávaly informace o tom, který elektrobuses, resp. jeho oběh, je přiřazen které nabíjecí stanici, po které skupině spojů je nařízeno rychlonabíjení a jaký interval pro rychlonabíjení má být zvolen. Interval může mít jednoznačnou hodnotu (je-li možno nabíjet pouze 15 min), existuje-li více možných intervalů rychlonabíjení v dané přestávce, pak je nutno provést rozlišení.

Pomocí současných oběhů vozidel byly nadále zpracovány časy nejdříve možného příjezdu a nejpozději možného odjezdu z nabíjecí stanice. Výsledkem je tabulka pro každou nabíjecí stanici a jim přiřazené oběhy vozidel. Ke každému oběhu vozidla jsou uvedeny údaje o skupině spojů, po které je nařízeno rychlonabíjení, nejdříve možný čas

příjezdu do stanice, potřebná doba rychlonabíjení a nejpozději možný čas odjezdu ze stanice (příloha H).

Dále je třeba mít ale na paměti, že model zohledňuje při vybudování nabíjecí stanice pouze náklady, které odpovídají nákladům na vybudování jednoho rychlonabíjecího stojanu. Proto lze očekávat, že náklady na vybudování nabíjecích stanic nemusí být relevantní. To však nelze prohlásit bez podrobnější analýzy výstupních dat, ve kterých se společně s analýzou vstupních dat stanoví skutečný počet rychlonabíjecích stojanů v nabíjecí stanici a tím i skutečné investiční náklady na jejich vybudování. Jako podklady pro tuto analýzu mohou posloužit již vypracované tabulky v příloze H, ve kterých jsou pro každý oběh vozidla stanoveny potřebné doby rychlonabíjení a časová rozmezí, ve kterých mohou elektrobusy rychlonabíjení realizovat. Ručním rozбором se stanoví rozvrh nabíjení pro každý oběh elektrobusu. V případě, že bude čas nejpozdějšího konce přestávky patřícího jednomu z oběhů vozidel dosažen nebo se jemu bude alespoň blížit a ve stanici budou stále elektrobusy s nesplněným požadavkem na rychlonabíjení, bude nutno vybudovat ve stanici další rychlonabíjecí stojan, aby se elektrobusy mohly nabíjet paralelně.

### ***5.1 Experiment č. 1 s matematickým modelem zohledňující provoz elektrobusů po dobu půl roku***

V prvním experimentu bude zohledněn provoz elektrobusů po dobu půl roku. Počet pracovních dní  $PD$  za  $\frac{1}{2}$  kalendářního roku je 130 dní. Tato hodnota je zadána do textu programu způsobem:

$PD:=130$

#### **Výpis řešení experimentu č. 1**

*Celkové náklady jsou:  $2.28944e+006$  Kč*

*Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za  $\frac{1}{2}$  roku:  $1.38944e+006$  Kč*

*Denní náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost: 10688 Kč*

$z(1)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 1*

$z(4)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 4*

$z(6)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 6*

### 5.1.1 Interpretace výsledků experimentu č. 1

Rozsah provozu si vyžaduje vybudovat stacionární nabíjecí stanice v lokalitách:

- Garáže Hranečník,
- Mírové náměstí,
- Opavská.

Počty elektrobusů ucházejících se o rychlonabíjení ve vybraných potencionálních nabíjecích stanicích jsou vyjádřeny jako požadavky na rychlonabíjení v tab. 5.1., přičemž v rámci jednoho oběhu elektrobusu může být realizováno opakovaně rychlonabíjení.

*Tab. 5.1. Požadavky na rychlonabíjení v jednotlivých nabíjecích stanicích*

Nabíjecí stanice	Počet požadavků / den	Doba rychlonabíjení 15 min	Doba rychlonabíjení 30 min	Doba rychlonabíjení 45 min
Gar. Hranečník	38	4	20	14
Mírové nám.	10	1	7	2
Opavská	22	11	7	4

Orientační náklady:

- na vybudování tří nabíjecích stanic: 900 000,- Kč  
(za předpokladu, že v každé nabíjecí stanici bude vybudován jeden nabíjecí stojan),
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za den: 10 688,- Kč,
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za ½ roku: 1 389 440,- Kč.

#### **Sestavení harmonogramů rychlonabíjení v nabíjecích stanicích v rámci experimentu č. 1**

Pomocí tabulek v příloze H. je elektrobusům naplánováno rychlonabíjení pro všechny tři nabíjecí stanice. Plán (vyjádřený tabelárně) bude znázorněn pomocí harmonogramu nabíjecí stanice, kde bude uvedeno pořadí, ve kterém se elektrobusy řadí v nabíjecí stanici,



číslo oběhu elektrobusu, začátek rychlonabíjení, konec rychlonabíjení a číslo nabíjecího stojanu, ke kterému je elektrobus přiřazen.

#### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Garáže Hranečnick

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Garáže Hranečnick probíhat podle harmonogramu v tab 5.2.

V nabíjecí stanici Garáže Hranečnick se bude ucházet o rychlonabíjení 37 elektrobusů, z toho jeden elektrobus žádá o rychlonabíjení 2x během dne (oběh 22/403). V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 4 nabíjecí stojany, což představuje investiční náklady 1 200 000,- Kč.

U stanice Garáže Hranečnick je počet požadavků velký a sestavení harmonogramu pomocí ručního rozboru je pracnější než třeba u nabíjecí stanice Mírové náměstí, kde je za den pouze 11 požadavků. V této souvislosti je třeba upozornit na fakt, že dodatečným stanovováním počtů rychlonabíjecích stojanů po ukončení optimalizačního výpočtu v případě nabíjecích stanic Opavská a Garáže Hranečnick nemusí být dosaženo optimálního řešení z pohledu nákladů (protože model nezohledňuje rozvržení rychlonabíjení v čase).

Tab. 5.2. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Garáže Hranečnick

<b>Gar. Hran.</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek rychlonabíjení</b>	<b>Konec rychlonabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	31/408	6:39	6:54	1
2	56/422	7:14	7:44	1
3	28/404	7:45	8:15	1
4	49/404	8:07	8:37	3
5	24/404	8:10	8:40	2
6	31/409	8:16	8:46	1
7	24/406	8:17	8:47	4
8	28/406	8:38	9:23	3
9	24/407	8:41	9:11	2
10	22/403	8:47	9:17	1
11	57/405	8:54	9:24	4
12	52/404	9:12	9:57	2
13	24/408	9:18	9:33	1
14	24/412	9:24	9:54	3
15	34/422	9:34	10:04	1
16	50/402	9:55	10:40	3
17	82/401	10:01	10:46	4
18	28/405	10:05	10:50	1

*Tab. 5.2. Pokračování*

19	23/403	10:14	10:59	2
20	26/401	10:41	11:11	3
21	57/404	10:47	11:17	4
22	38/405	10:51	11:36	1
23	38/404	11:00	11:45	2
24	25/401	11:12	11:42	3
25	21/405	11:18	12:03	4
26	24/409	11:37	12:07	1
27	49/421	11:43	12:28	3
28	24/405	11:46	12:31	2
29	21/404	12:04	12:49	4
30	39/414	12:08	12:38	1
31	34/421	12:29	13:14	3
32	57/402	12:32	13:02	2
33	50/403	12:39	13:09	1
34	22/402	13:03	13:33	2
35	66/421	13:10	13:40	1
36	57/403	13:41	13:56	1
37	38/403	13:57	14:42	1
38	22/403	15:46	16:01	1

### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Mírové náměstí

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Mírové náměstí probíhat podle harmonogramu (tab 5.3). Každému oběhu bude nařízen přesný čas začátku rychlonabíjení a k tomuto času musí být elektrobus nejpozději přistaven k místu vyhrazenému pro nabíjení. Mezi ukončením předchozího a začátkem následujícího nabíjení elektrobusu je odhadem stanovena doba 1 minuty na výměnu elektrobusů u nabíjecího stojanu.

Z tabulky je patrné, že v čase 6:37 začne v nabíjecí stanici první rychlonabíjení a až do času 13:01 proběhne rychlonabíjení celkem 9 elektrobusů. Elektrobusy si v rámci dob vyčleněných pro rychlonabíjení „časově nepřekáží“, z toho plyne, že mohou být nabíjeny na jednom rychlonabíjecím stojanu. V čase 16:14 – 18:13 proběhne sice rychlonabíjení dvou elektrobusů, ovšem i v tomto případě lze využít jeden rychlonabíjecí stojan. V důsledku toho stačí ve stanici Mírové náměstí vybudovat pouze jeden rychlonabíjecí stojan a skutečné investiční náklady pro tuto stanici jsou 300 000,- Kč.

*Tab. 5.3. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Mírové náměstí*

<b>Mírové nám. Pořadí</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek rychlonabíjení</b>	<b>Konec rychlonabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
1	34/406	6:37	7:07	1
2	39/413	7:08	7:38	1
3	53/401	7:59	8:29	1
4	77/422	8:30	9:00	1
5	27/422	9:01	9:46	1
6	50/404	9:47	10:17	1
7	77/424	10:18	11:03	1
8	77/423	11:04	11:34	1
9	59/403	12:46	13:01	1
10	57/404	16:14	16:29	1
11	59/402	17:43	18:13	1

### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Opavská

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Opavská probíhat podle harmonogramu v tab 5.4.

V nabíjecí stanici Opavská se bude ucházet o rychlonabíjení celkem 19 elektrobusů, z toho 3 elektrobusy požadují během dne rychlonabíjení 2x (oběhy 46/406, 49/404 a 49/408). Po zpracování harmonogramu muselo být rozhodnuto o vybudování dvou rychlonabíjecích stojanů. Skutečné investiční náklady pro nabíjecí stanici Opavská jsou tedy 600 000,- Kč

Tab. 5.4. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Opavská

<b>Opavská</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek rychlonabíjení</b>	<b>Konec rychlonabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	40/405	5:07	5:22	1
2	58/405	6:25	6:40	1
3	39/412	7:41	7:56	1
4	59/402	7:57	8:42	1
5	40/406	8:29	8:59	2
6	51/403	8:43	9:13	1
7	53/402	9:00	9:30	2
8	40/407	9:14	9:29	1
9	46/405	9:30	10:15	1
10	46/406	9:36	10:21	2
11	49/405	10:16	11:01	1
12	54/405	11:02	11:32	1
13	51/402	11:33	11:48	1
14	46/407	11:49	12:19	1
15	58/406	12:20	12:50	1
16	53/403	12:51	13:06	1
17	64/402	13:07	13:37	1
18	49/408	14:54	15:09	1
19	49/404	15:13	15:28	1
20	46/406	15:33	15:48	1
21	49/408	16:53	17:08	1
22	49/404	17:13	17:28	1

### 5.1.2 Shrnutí výsledků experimentu č. 1

V rámci experimentu č. 1 bylo rozhodnuto o vybudování nabíjecích stanic ve 3 lokalitách, ve kterých je po zpětné analýze vybudovat celkem 7 rychlonabíjecích stojanů, což odpovídá skutečným investičním nákladům 2 100 000,- Kč. Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za rok činí 2 778 880,- Kč. Výsledky tohoto experimentu budou ve zhodnocení prezentovány jako výsledky varianty A.

### 5.2 Experiment č. 2 s matematickým modelem zohledňující 1 rok provozu elektrobusů

Druhý experiment bude zohledňovat provoz elektrobusů po dobu jednoho kalendářního roku. Počet pracovních dní  $PD$  za 1 rok provozu je 260, tj.:

$$PD:=260$$

#### Výpis řešení experimentu č. 2

*Celkové náklady jsou: 3.63776e+006 Kč*

*Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za 1 rok: 2.43776e+006 Kč*

*Denní náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost: 9376 Kč*

$z(1)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 1*

$z(3)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 3*

$z(4)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 4*

$z(6)=1$       *Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 6*

#### 5.2.1 Interpretace výsledků experimentu č. 2

Rozsah provozu si vyžaduje vybudovat stacionární nabíjecí stanice v lokalitách:

- Garáže Hranečnick,
- Křižíkova,
- Mírové náměstí,
- Opavská.

Počty elektrobusů ucházejících se o rychlonabíjení v jednotlivých potencionálních nabíjecích stanicích jsou vyjádřeny jako požadavky o rychlonabíjení v tab. 5.5., přičemž i v tomto případě může mít elektrobus mít v době provozu více požadavků na nabíjení.

Tab. 5.5. Požadavky na rychlonabíjení v jednotlivých nabíjecích stanicích

Nabíjecí stanice	počet požadavků	15 min	30 min	45 min
Gar. Hranečník	33	3	18	12
Křižíkova	8	1	6	1
Mírové náměstí	8	3	4	1
Opavská	22	11	7	4

Orientační náklady:

- na vybudování čtyř nabíjecích stanic: 1 200 000,- Kč  
(za předpokladu, že v každé nabíjecí stanici bude stačit jeden nabíjecí stojan),
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za den: 9 376,- Kč ,
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za 1 rok: 2 437 760,- Kč.

**Sestavení harmonogramů rychlonabíjení v nabíjecích stanicích v rámci experimentu č.2**

Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Garáže Hranečník

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Garáže Hranečník probíhat podle harmonogramu v tab 5.6.

V nabíjecí stanici Garáže Hranečník se bude ucházet o rychlonabíjení 32 elektrobusů, z toho jeden 2x během jednoho dne (oběh 22/403). V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 4 rychlonabíjecí stojany, což představuje investiční náklady 1 200 000,- Kč.



Tab. 5.6. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Garáže Hranečnick

<b>Gar. Hran.</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	31/408	6:39	6:54	1
2	56/422	7:14	7:44	1
3	28/404	7:45	8:15	1
4	49/404	8:07	8:37	3
5	24/404	8:10	8:40	2
6	31/409	8:16	8:46	1
7	28/406	8:38	9:23	3
8	24/407	8:41	9:11	2
9	22/403	8:47	9:17	1
10	57/405	8:54	9:24	4
11	52/404	9:12	9:57	2
12	24/408	9:18	9:33	1
13	24/412	9:24	9:54	3
14	57/404	9:34	10:04	1
15	50/402	9:55	10:40	3
16	82/401	10:01	10:46	4
17	28/405	10:05	10:50	1
18	23/403	10:14	10:59	2
19	26/401	10:41	11:11	3
20	21/405	10:51	11:36	1
21	38/404	11:00	11:45	2
22	25/401	11:12	11:42	3
23	24/409	11:37	12:07	1

Tab. 5.6. Pokračování

24	49/421	11:43	12:28	3
25	24/405	11:46	12:31	2
26	21/404	12:04	12:49	4
27	39/414	12:08	12:38	1
28	24/406	12:29	12:59	3
29	57/402	12:32	13:02	2
30	50/403	12:39	13:09	1
31	22/402	13:03	13:33	2
32	38/403	13:57	14:42	1
33	22/403	15:46	16:01	1

#### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Křižíkova

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Křižíkova probíhat podle harmonogramu v tab 5.7.

Tab. 5.7. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Křižíkova

<b>Křižíkova</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	34/406	6:50	7:20	1
2	39/413	7:21	7:51	1
3	34/422	7:52	8:22	1
4	66/421	8:23	8:53	1
5	34/421	8:54	9:24	1
6	38/405	9:25	10:10	1
7	50/404	10:11	10:41	1
8	57/403	15:33	15:48	1

V nabíjecí stanici Křižíkova se bude ucházet o rychlonabíjení pouze 8 elektrobusů. V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 1 rychlonabíjecí stojan, což představuje investiční náklady 300 000,- Kč.

#### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Mírové náměstí

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Mírové náměstí probíhat podle harmonogramu (tab 5.8).

V nabíjecí stanici Mírové náměstí se bude ucházet o rychlonabíjení pouze 8 elektrobusů. V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 1 rychlonabíjecí stojan, což představuje investiční náklady 300 000,- Kč.

*Tab. 5.8. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Mírové náměstí*

<b>Mírové nám.</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	53/401	7:59	8:29	1
2	77/422	8:30	9:00	1
3	27/422	9:01	9:46	1
4	77/424	9:49	10:04	1
5	77/423	10:05	10:35	1
6	59/403	12:46	13:01	1
7	57/404	16:14	16:29	1
8	59/402	17:43	18:13	1

#### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Opavská

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Opavská probíhat podle harmonogramu v tab 5.9.

V nabíjecí stanici Opavská se bude ucházet o rychlonabíjení 19 elektrobusů, z toho 3 elektrobusy 2x během dne (oběhy 46/406, 49/404 a 49/408). V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 2 rychlonabíjecí stojany, což představuje investiční náklady 600 000,- Kč.

Tab. 5.9. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Opavská

<b>Opavská</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	40/405	5:07	5:22	1
2	58/405	6:25	6:40	1
3	39/412	7:41	7:56	1
4	59/402	7:57	8:42	1
5	40/406	8:29	8:59	2
6	51/403	8:43	9:13	1
7	53/402	9:00	9:30	2
8	40/407	9:14	9:29	1
9	46/405	9:30	10:15	1
10	46/406	9:36	10:21	2
11	49/405	10:16	11:01	1
12	54/405	11:02	11:32	1
13	51/402	11:33	11:48	1
14	46/407	11:49	12:19	1
15	58/406	12:20	12:50	1
16	53/403	12:51	13:06	1
17	64/402	13:07	13:37	1
18	49/408	14:54	15:09	1
19	49/404	15:13	15:28	1
20	46/406	15:33	15:48	1
21	49/408	16:53	17:08	1
22	49/404	17:13	17:28	1

### 5.2.2 Shrnutí výsledků experimentu č. 2

Model v experimentu č. 2 v souhrnu rozhodl o vybudování nabíjecích stanic ve 4 lokalitách, ve kterých je po zpětné analýze vybudovat celkem 8 rychlonabíjecích stojanů, což odpovídá skutečným investičním nákladům 2 400 000,- Kč. Roční náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost jsou 2 437 760,- Kč. Výsledky tohoto experimentu budou ve zhodnocení prezentovány jako výsledky varianty B.

### 5.3 Experiment č. 3 s matematickým modelem zohledňující provoz elektrobusů po dobu 2 let

V třetím experimentu bude proveden výpočet, ve kterém je zohledněn provoz elektrobusu po dobu dvou kalendářních roků. Počet pracovních dní  $PD$  za 2 roky je 520 dní, tj.:

$$PD=520$$

#### Výpis řešení experimentu č. 3

*Celkové náklady jsou:  $5.67712e+006$  Kč*

*Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za 2 roky:  $3.87712e+006$  Kč*

*Denní náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost: 7456 Kč*

$z(1)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 1

$z(3)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 3

$z(4)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 4

$z(6)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 6

$z(7)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 7

$z(8)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 8

#### 5.3.1 Interpretace výsledků experimentu č. 3

Rozsah provozu si vyžaduje vybudovat stacionární nabíjecí stanice v lokalitách:

- Garáže Hranečnick,
- Křižíkova,
- Mírové náměstí,

- Opavská,
- Poliklinika,
- Svinov dol. z.

Počty elektrobusů ucházejících se o rychlonabíjení v jednotlivých potencionálních nabíjecích stanicích jsou vyjádřeny jako požadavky o rychlonabíjení v tab. 5.5., přičemž elektrobus může mít více požadavků.

*Tab. 5.10. Požadavky na doby rychlonabíjení v jednotlivých nabíjecích stanicích*

<b>Nabíjecí stanice</b>	<b>počet požadavků / den</b>	<b>doba rychlonabíjení 15 min</b>	<b>doba rychlonabíjení 30 min</b>	<b>doba rychlonabíjení 45 min</b>
Gar. Hranečnick	33	4	17	12
Křižíkova	8	1	6	1
Mírové náměstí	3	1	2	0
Opavská	19	11	4	4
Poliklinika	4	0	4	0
Svinov dol. z.	6	6	0	0

#### Orientační náklady:

- na vybudování šesti nabíjecích stanic: 1 800 000,- Kč  
(za předpokladu, že v každé nabíjecí stanici bude stačit jeden nabíjecí stojan),
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za den: 7 456,- Kč,
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za 2 roky: 3 877 120,- Kč.

#### **Sestavení harmonogramů rychlonabíjení v nabíjecích stanicích v rámci experimentu č.3**

##### Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Garáže Hranečnick

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Garáže Hranečnick probíhat podle harmonogramu v tab 5.11.

Tab. 5.11. Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Garáže Hranečnick

<b>Gar. Hran.</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	31/408	6:39	6:54	1
2	56/422	7:14	7:44	1
3	28/404	7:45	8:15	1
4	49/404	8:07	8:37	3
5	24/404	8:10	8:40	2
6	31/409	8:16	8:46	1
7	28/406	8:38	9:23	3
8	24/407	8:41	9:11	2
9	22/403	8:47	9:17	1
10	57/405	8:54	9:24	4
11	52/404	9:12	9:57	2
12	24/408	9:18	9:33	1
13	24/412	9:24	9:54	3
14	57/404	9:34	9:49	1
15	50/402	9:55	10:40	3
16	82/401	10:01	10:46	4
17	28/405	10:05	10:50	1
18	23/403	10:14	10:59	2
19	26/401	10:41	11:11	3
20	21/405	10:51	11:36	1
21	38/404	11:00	11:45	2
22	25/401	11:12	11:42	3
23	24/409	11:37	12:07	1
24	49/421	11:43	12:28	3

Tab. 5.11. Pokračování

25	24/405	11:46	12:31	2
26	21/404	12:04	12:49	4
27	39/414	12:08	12:38	1
28	24/406	12:29	12:59	3
29	57/402	12:32	13:02	2
30	50/403	12:39	13:09	1
31	22/402	13:03	13:33	2
32	38/403	13:57	14:42	1
33	22/403	15:46	16:01	1

V nabíjecí stanici Garáže Hranečník se bude ucházet o rychlonabíjení 32 elektrobusů, z toho jeden 2x během jednoho dne (oběh 22/403). V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 4 nabíjecí stojany, což představuje investiční náklady 1 200 000,- Kč.

#### Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Křižíkova

Rychlonabíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Křižíkova probíhat podle harmonogramu v tab 5.12.

V nabíjecí stanici Křižíkova se bude ucházet o rychlonabíjení 8 elektrobusů. V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 1 nabíjecí stojan, což představuje investiční náklady 300 000,- Kč.



Tab. 5.12. *Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Křižíkova*

<b>Křižíkova</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	34/406	6:50	7:20	1
2	39/413	7:21	7:51	1
3	34/422	7:52	8:22	1
4	66/421	8:23	8:53	1
5	34/421	8:54	9:24	1
6	38/405	9:25	10:10	1
7	50/404	10:11	10:41	1
8	57/403	15:33	15:48	1

Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Mírové náměstí

Rychlodobíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Mírové náměstí probíhat podle harmonogramu v tab 5.13.

Tab. 5.13. *Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Mírové náměstí*

<b>Mírové nám.</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	59/403	12:46	13:01	1
2	57/404	16:14	16:44	1
3	59/402	17:43	18:13	1

V nabíjecí stanici Mírové náměstí se budou ucházet o rychlonabíjení 3 elektrobusy. V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 1 nabíjecí stojan, což představuje investiční náklady 300 000,- Kč.

Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Opavská

Rychlodobíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Opavská probíhat podle harmonogramu v tab 5.14.

Tab. 5.14. Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Opavská

<b>Opavská</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	40/405	5:07	5:22	1
2	58/405	6:25	6:40	1
3	39/412	7:41	7:56	1
4	53/401	7:57	8:12	1
5	59/402	8:13	8:58	1
6	40/406	8:30	9:00	2
7	54/405	8:59	9:29	1
8	46/405	9:30	10:15	1
9	49/405	10:16	11:01	1
10	40/407	11:02	11:17	1
11	58/406	11:18	11:48	1
12	51/403	11:49	12:19	1
13	46/406	12:20	13:05	1
14	53/403	13:06	13:21	1
15	49/408	14:54	15:09	1
16	49/404	15:13	15:28	1
17	46/406	15:33	15:48	1
18	49/408	16:53	17:08	1
19	49/404	17:13	17:28	1

V nabíjecí stanici Opavská se bude ucházet o rychlonabíjení 16 elektrobusů, z toho 3 elektrobusy 2x během dne (oběhy 46/406, 49/404 a 49/408). V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 2 nabíjecí stojany, což představuje investiční náklady 600 000,- Kč. Druhý rychlonabíjecí stojan využije pouze jeden oběh 40/406 a kvůli tohoto jediného požadavku se zvyšují investiční náklady na vybudování nabíjecí stanice. Po přezkoumání

lze tento oběh přiřadit jiné nabíjecí stanici, kde by nenarušil harmonogram. Tato nabíjecí stanice je v lokalitě Svinov dolní zastávka. Tímto přeřazením dojde k úspoře investičních nákladů 300 tis. Kč, ale jelikož se tato nabíjecí stanice nachází o 1,5 km dál než nabíjecí stanice Opavská, je nutno počítat s nárůstem nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost, cca o 96 Kč na jedno rychlonabíjení elektrobusu.

#### Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Poliklinika

Rychlodobíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Poliklinika probíhat podle harmonogramu v tab 5.15.

*Tab. 5.15. Harmonogram rychlonabíjení v nabíjecí stanici Poliklinika*

<b>Poliklinika</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	77/422	8:13	8:43	1
2	27/422	8:44	9:14	1
3	77/424	9:36	10:06	1
4	77/423	10:07	10:37	1

V nabíjecí stanici Poliklinika se budou ucházet o rychlonabíjení 4 elektrobusy. V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 1 nabíjecí stojan, což představuje investiční náklady 300 000,- Kč

#### Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Svinov d.z.

Rychlodobíjení elektrobusů bude v nabíjecí stanici Svinov d.z. probíhat podle harmonogramu v tab. 5.16.

V nabíjecí stanici Svinov d.z. se bude ucházet o rychlonabíjení 5 elektrobusů, z toho 2 elektrobusy 2x za den (oběhy 46/407 a 64/402). V této nabíjecí stanici je nutno vybudovat 1 nabíjecí stojan, což představuje investiční náklady 300 000,- Kč.

Tab. 5.16. Harmonogram rychlonabíjení ve stanici Svinov d.z.

<b>Svinov d. z.</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	53/402	6:34	6:49	1
2	64/402	6:50	7:05	1
3	46/407	7:45	8:00	1
4	51/402	14:17	14:32	1
5	46/407	14:55	15:10	1
6	53/401	15:33	15:48	1
7	64/402	17:51	18:06	1

### 5.3.2 Shrnutí výsledků experimentu č. 3

V rámci experimentu č. 3 v souhrnu rozhodl o vybudování nabíjecích stanic v šesti lokalitách, ve kterých je po zpětné analýze vybudovat celkem 10 rychlonabíjecích stojanů, což odpovídá skutečným investičním nákladům 3 000 000,- Kč. Roční náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost jsou 1 938 560,- Kč. Výsledky tohoto experimentu budou ve zhodnocení prezentovány jako varianta C.

### 5.4 Experiment č. 4 s matematickým modelem zohledňující provoz elektrobusů po dobu čtyř roků

V posledním experimentu budou sledovány náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za 4 roky provozu. Za tuto dobu je počet pracovních dní 1040, tj.:

$$PD:=1040$$

#### Výpis řešení experimentu č. 4

Celkové náklady jsou:  $9.55424e+006$  Kč

Náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost za 4 roky:  $7.75424e+006$  Kč

Denní náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost: 7456 Kč

$z(1)=1$  Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 1

$z(3)=1$  Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 3

$z(4)=1$  Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 4

- $z(6)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 6  
 $z(7)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 7  
 $z(8)=1$       Vybudovat nabíjecí stanici je nutno v lokalitě 8

#### 5.4.1 Interpretace výsledků experimentu č. 4

Rozsah provozu si vyžaduje vybudovat stacionární nabíjecí stanice v lokalitách:

- Garáže Hranečník,
- Křižíkova,
- Mírové náměstí,
- Opavská.
- Poliklinika,
- Svinov dol. z.

Počty elektrobuseů žádajících o rychlonabíjení v jednotlivých potencionálních nabíjecích stanicích jsou vyjádřeny jako požadavky o nabíjení v tab. 5.5., přičemž elektrobuse může mít opět více požadavků.

Tab. 5.7. Požadavky na doby rychlonabíjení v jednotlivých nabíjecích stanicích

Nabíjecí stanice	počet požadavků / den	doba rychlonabíjení 15 min	doba rychlonabíjení 30 min	doba rychlonabíjení 45 min
Gar. Hranečník	33	3	18	12
Křižíkova	8	1	6	1
Mírové náměstí	3	2	1	0
Opavská	19	11	4	4
Poliklinika	4	0	4	0
Svinov dol. z.	6	6	0	0

Orientační náklady:

- na vybudování šesti nabíjecích stanic: 1 800 000,- Kč

(za předpokladu, že v každé nabíjecí stanici bude stačit jeden nabíjecí stojan),

- na neproduktivně ujetou vzdálenost za den: 7 456,- Kč ,
- na neproduktivně ujetou vzdálenost za 4 roky: 7 754 240,- Kč.

#### **Sestavení harmonogramů rychlonabíjení v nabíjecích stanicích v rámci experimentu č.4**

V experimentu č. 4 bylo dosaženo shodných výsledků jako u experimentu č. 3, nejsou tedy opakovaně uváděny. Harmonogramy jednotlivých nabíjecích stanic zůstávají stejné jako u experimentu č. 3 a skutečné investiční náklady a roční náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost zůstávají rovněž stejné - 3 000 000,- Kč za vybudování rychlonabíjecích stojanů a roční náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost jsou 1 938 560,- Kč.

### **5.5 Shrnutí experimentů**

Ve výpočetní části práce byly provedeny 4 experimenty, kde se každý experiment lišil v době provozu, kterou měl výpočet zohledňovat. Výsledky se v závislosti na době provozu lišily až na poslední experiment č. 4, jehož výsledky byly totožné s výsledky experimentu č. 3. Předmětem zhodnocení budou experimenty č. 1 – 3, kde experiment č. 1 bude reprezentovat variantu řešení A, experiment č. 2 variantu řešení B, experiment č. 3 variantu řešení C a experiment č. 4 variantu řešení D.

## 6 Zhodnocení dosažených výsledků a formulace doporučení

Pro konkrétní umíst'ovací problém byl sestaven matematický model, jehož řešením lze získat rozhodnutí o:

- lokalizaci stacionárních nabíjecích stanic pro rychlonabíjení,
- přiřazení oběhu elektrobuse jedné nabíjecí stanici v době, kdy je potřeba nabíjet,
- rozhodnutí o době rychlonabíjení, po kterou má být elektrobuse nabíjen (existuje-li více variant).

to vše při zohlednění skutečnosti, aby nebyla nařízena taková doba rychlonabíjení, která by odpovídala dobití baterie na úroveň překračující její kapacitu.

### 6.1 Posouzení variant řešení

Varianty jsou posuzovány z hlediska počtu nabíjecích stanic, investičních nákladů a nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost (NUV). Všechny zmíněné hodnoty jsou v tab. 6.1.

Tab. 6.1. Tabulka nákladů pro jednotlivé varianty řešení

Varianta	Doba provozu [rok]	Počet stanic	Počet stojanů	Investiční náklady [Kč]	Náklady na NUV [Kč.den <sup>-1</sup> ]	Náklady na NUV [Kč.rok <sup>-1</sup> ]	Celkové náklady [Kč.rok <sup>-1</sup> ]	Celkové náklady [Kč.5 let <sup>-1</sup> ]
A	1/2	3	7	2 100 000	10 688	2 778 880	4 878 880	15 994 400
B	1	4	8	2 400 000	9 376	2 437 760	4 837 760	14 588 800
C	2	6	10	3 000 000	7 456	1 938 560	4 938 560	12 692 800
D	4	6	10	3 000 000	7 456	1 938 560	4 938 560	12 692 800

ÚF reprezentující celkové náklady má dvě složky. První složkou jsou investiční náklady, druhou jsou provozní náklady. Z krátkodobého hlediska mají větší váhu investiční náklady, ale s přibývajícím dobou provozu se zvyšuje váha provozních nákladů. V důsledku

toho je nutno konstatovat, že pro minimalizaci provozních nákladů, resp. nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost, je nutno více investovat.

## 6.2 Zhodnocení výsledků řešeného problému

Experimenty prokázaly, že se zvyšujícím počtem vybudovaných nabíjecích stanic se snižuje neproduktivně ujetá vzdálenost a tím se snižuje výše nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost. V situaci, kdy není úloha omezena kapacitně z hlediska počtu nabíjecích stanic, je tedy z hlediska řešení výhodnější vyšší investice do vybudování nabíjecích stanic, v důsledku čehož se snižují náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost, protože po jisté době se daná investice vrátí na ušetřených provozních nákladech. V situaci, kdy by zadavatel práce stanovil kapacitní omezení z pohledu počtu nabíjecích stanic, lze matematický model jednoduše upravit. Úprava spočívá v přidání omezující podmínky

do SOP, která by měla tvar  $\sum_{j=1}^n z_j \leq K$ , kde  $K$  je deklarovaný maximální počet nabíjecích

stanic. Je třeba ovšem dbát na vybranou množinu oběhů vozidel, protože může nastat situace, kdy elektrobus některého z oběhů potřebuje nabíjet ve chvíli, kdy nemá k dispozici příliš dlouhou přestávku, na výběr má pouze nedosažitelné lokality a vybudováním stanice v některé z dosažitelných lokalit by už byl překročen jejich maximální počet. V této situaci je množina přípustných řešení prázdná a algoritmus nenalezne žádné přípustné řešení.

Pro bezpečný provoz elektrobusů je vybráno 74 oběhů, z toho u 9-ti oběhů není rozhodováno o rychlonabíjení (denní kilometrický proběh je u nich menší než dojezdová vzdálenost elektrobusu bez rychlonabíjení – 120 km). Výčet všech oběhů je v tab. 6.2. Optimalizační výpočet byl tak proveden pro 65 oběhů vozidel.

Výsledky výpočetních experimentů ukázaly, že stěžejními lokalitami z hlediska budování nabíjecích stanic jsou Garáže Hranečnick, Opavská a Mírové náměstí, přičemž nejvíce požadavků na rychlonabíjení je koncentrováno právě v případě nabíjecí stanice Garáže Hranečnick (v případě varianty A 38 požadavků) a nejméně k nabíjecí stanici Mírové náměstí (v případě varianty A 11 požadavků).

Daná úloha se neobejde ani bez analýzy výsledků po skončení optimalizačního výpočtu. V úloze totiž kromě rozhodnutí o umístění nabíjecích stanic vznikne rozhodovací problém o počtu rychlonabíjecích stojanů v nabíjecí stanici, ze kterého teprve vyplynou skutečné investiční náklady. Výsledkem dodatečné analýzy výsledků je harmonogram rychlonabíjení pro každou nabíjecí stanici.



Tab. 6.2. Seznam oběhů vhodné pro záměnu autobusů za elektrobusy

Pořadí oběhu	Označení oběhu	Pořadí oběhu	Označení oběhu	Pořadí oběhu	Označení oběhu	Pořadí oběhu	Označení oběhu
1	21/404	23	34/421	45	51/403	67	27/421
2	21/405	24	34/422	46	52/404	68	33/402
3	22/402	25	38/403	47	53/401	69	37/408
4	22/403	26	38/404	48	53/402	70	49/407
5	23/403	27	38/405	49	53/403	71	56/423
6	24/403	28	39/412	50	54/405	72	56/424
7	24/404	29	39/413	51	56/422	73	58/407
8	24/405	30	39/414	52	57/402	74	77/421
9	24/406	31	40/405	53	57/403		
10	24/407	32	40/406	54	57/404		
11	24/408	33	40/407	55	57/405		
12	24/409	34	46/405	56	58/405		
13	24/412	35	46/406	57	58/406		
14	25/401	36	46/407	58	59/402		
15	26/401	37	49/404	59	59/403		
16	27/422	38	49/405	60	64/402		
17	28/404	39	49/408	61	66/421		
18	28/405	40	49/421	62	77/422		
19	28/406	41	50/402	63	77/423		
20	31/408	42	50/403	64	77/424		
21	31/409	43	50/404	65	82/401		
22	34/406	44	51/402	66	26/402		

Posledním krokem, který byl realizován již mimo rámec zadání, je stanovení počtu nabíjecích stojanů pro pomalé nabíjení. Tyto stojany je nutno vybudovat v prostorách, ve kterých budou elektrobusy odstavovány.

### 6.2.1 Stanovení počtu nabíjecích stojanů pro pomalé nabíjení na odstavných stanovištích

Ze všech 74 oběhů je 22 oběhů přiřazeno odstavnému stanovišti Martinov, 50 oběhů je přiřazeno garážím Počáteční (Hranečník), 1 oběh odstavné ploše Hlučín a 1 oběh vozovně trolejbusů na Sokolské třídě. Po identifikaci těchto oběhů byl pro ně sestaven harmonogram pomalého nabíjení v těchto odstavných stanovištích uvedený v tab. 6.3.

Pro plánování pomalého nabíjení jsou klíčové informace o vzdálenostních potenciálech, se kterými se elektrobusy vrací na svá odstavná stanoviště. Tyto vzdálenostní potenciály jsou v matematickém modelu reprezentovány proměnnou  $x_{k5}$ . Tyto proměnné jsou vyjmuty z výpisu výsledků a jsou z nich stanoveny doby pomalého nabíjení. Při znalosti příjezdů elektrobusů na odstavná stanoviště a odjezdů elektrobusů z odstavných stanovišť už lze sestavit harmonogram pomalého nabíjení. Díky harmonogramu pomalého nabíjení je také známa informace o počtu nabíjecích stojanů, kterým musí odstavné stanoviště disponovat, aby mohly obsloužit všechny elektrobusy přiřazené tomuto stanovišti.

Pro obsluhu daných 22 elektrobusů na odstavné ploše v Martinově je potřeba vybudovat 16 nabíjecích stojanů pro pomalé nabíjení. V případě, že nabíjecí stojan pro pomalé nabíjení stojí 120 000,- Kč, jsou investiční náklady 1 920 000,- Kč.

Pro obsluhu daných 50ti elektrobusů v garážích Počáteční je potřeba vybudovat 33 nabíjecích stojanů pro pomalé nabíjení. Investiční náklady jsou 3 960 000,- Kč.

Na odstavných plochách Hlučín a vozovna trolejbusů na Sokolské třídě je nutno vybudovat po jednom nabíjecím stojanu pro pomalé nabíjení. Jelikož v současné době je již vozovna Sokolská třída vybavena stojanem pro pomalé nabíjení, jsou skutečné investiční náklady vztaženy pouze pro odstavnou plochu Hlučín, a to ve výši 120 000,- Kč.

Celkové investiční náklady na vybudování nabíjecích stanic pro pomalé nabíjení činí 6 000 000,- Kč.

Tab. 6.3. Harmonogram pomalého nabíjení na odstavné ploše Martinov

<b>Martinov</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	49/407	14:25	22:05	2
2	54/405	15:50	23:00	3
3	58/405	15:53	23:50	1
4	53/402	16:15	23:40	4
5	46/405	16:20	23:30	5
6	58/407	16:35	23:30	6
7	58/406	16:50	23:50	7
8	53/401	16:55	23:35	10
9	39/412	17:20	1:05	15
10	46/406	17:40	0:50	12
11	40/406	17:45	0:10	14
12	40/407	17:45	1:45	13
13	51/402	18:00	1:50	11
14	40/405	18:05	1:25	8
15	46/407	19:00	2:00	9
16	59/402	19:20	0:10	16
17	51/403	22:10	4:20	2
18	64/402	23:05	4:15	3
19	53/403	23:35	5:25	5
20	59/403	23:35	5:30	6
21	49/405	23:45	3:40	4
22	49/408	23:55	6:40	1

Tab. 6.4. Harmonogram pomalého nabíjení v garážích Počáteční

<b>Počáteční</b>	<b>Oběh</b>	<b>Začátek nabíjení</b>	<b>Konec nabíjení</b>	<b>Nabíjecí stojan</b>
<b>Pořadí</b>				
1	37/408	14:40	22:00	1
2	33/402	15:00	21:40	2
3	27/422	15:05	20:05	3
4	82/401	15:05	22:20	4
5	28/406	15:10	18:40	5
6	56/424	15:40	22:20	6
7	27/421	15:40	22:50	7
8	57/405	15:50	20:30	8
9	24/412	15:50	23:35	9
10	23/403	16:00	20:30	10
11	38/403	16:00	22:50	11
12	24/403	16:10	20:20	12
13	24/407	16:10	20:20	13
14	28/405	16:10	23:45	15
15	21/405	16:20	20:40	14
16	34/422	16:30	23:40	16
17	52/404	16:30	0:05	28
18	56/423	16:30	23:45	29
19	39/414	16:35	23:25	26
20	24/406	16:40	23:20	20
21	21/404	16:50	23:05	17
22	31/408	16:50	23:50	24
23	77/423	16:55	23:35	32
24	24/408	17:15	23:50	21

Tab. 6.4. Pokračování

25	77/424	17:15	23:55	33
26	22/403	17:20	22:55	19
27	57/402	17:50	23:15	30
28	38/404	18:20	1:40	25
29	22/402	18:30	2:30	18
30	24/409	18:35	1:10	22
31	49/404	18:40	2:00	27
32	77/422	18:45	22:25	5
33	26/402	18:45	1:50	23
34	57/403	18:50	1:25	31
35	77/421	20:10	4:00	3
36	50/402	20:25	3:55	13
37	34/421	20:25	3:55	12
38	24/405	20:35	4:10	8
39	28/404	20:35	4:05	10
40	49/421	20:45	4:10	14
41	24/404	21:45	3:55	2
42	31/409	22:05	3:50	1
43	57/404	22:25	3:25	4
44	26/401	22:25	4:45	6
45	50/404	22:30	4:25	5
46	34/406	22:55	4:10	7
47	50/403	22:55	4:20	11
48	66/421	23:40	3:35	9
49	25/401	23:50	3:40	15

### **6.3 Formulace doporučení**

Jednorázový nákup elektrobusů pro zajištění náhrady autobusů u všech vhodných oběhů je nemyslitelným krokem. Při pomnutí faktu, že Dopravní podnik Ostrava, a.s. už v době odevzdání práce určitým počtem elektrobusů disponuje, by se cena za pořízení počtu elektrobusů pokrývajících všechny potencionální oběhy, kde lze elektrobusy nasadit, pohybovala hrubým odhadem nad 500 mil. Kč. Vhodnou volbou je proto postupná náhrada autobusů elektrobusy po dílčích etapách, kde dílčí etapou lze rozumět výměnu vozidel v obězích přiřazených stejné nabíjecí stanici dle zvolené varianty. Sled dílčích etap je možné nazvat Výhledovým plánem ekologizace MHD v Ostravě. Protože ve všech variantách je navrženo vybudovat nabíjecí stanice v lokalitách Garáže Hranečník, Mírové náměstí a Opavská (ve variantách B, C a D i v dalších lokalitách), jeví se jako smysluplné začít budovat nabíjecí stanice právě v těchto místech. Z uvedeného důvodu by výhledový plán mohl vypadat následovně:

1. etapa – v lokalitě Garáže Hranečník vybudovat nabíjecí stanici se čtyřmi rychlonabíjecími stojany a postupně provést výměnu autobusů za elektrobusy v obězích přiřazených této lokalitě. Každému elektrobusu na jeho odstavném stanovišti zajistit i nabíjecí stojan pro pomalé nabíjení.
2. etapa – v lokalitě Opavská vybudovat nabíjecí stanici se dvěma rychlonabíjecími stojany a postupně provést výměnu autobusů za elektrobusy v obězích přiřazených této lokalitě. Každému elektrobusu na jeho odstavném stanovišti zajistit i nabíjecí stojan pro pomalé nabíjení.
3. etapa – v lokalitě Mírové náměstí vybudovat nabíjecí stanici s jedním rychlonabíjecím stojanem a postupně provést výměnu autobusů za elektrobusy v obězích přiřazených této lokalitě podle. Každému elektrobusu na jeho odstavném stanovišti zajistit i nabíjecí stojan pro pomalé nabíjení.
4. etapa – rozhodování o vybudování dalších nabíjecích stanic ve zbývajících lokalitách a výběru dalších oběhů vozidel, které budou aktuálně splňovat podmínky výměny.

V obězích, kde bude provedena výměna autobusů za elektrobusy, se doporučuje, aby v průběhu dne nebyla jejich struktura příliš měněna, respektive aby oběhy zůstaly co nejvíce zachovány ve stavu, který byl výchozím pro optimalizační úvahy.

## Závěr

Předložená diplomová práce se zabývá optimalizací umístění objektů v dopravní síti, v matematickém programování označovaná jako umístovací úloha a její aplikací na umístování stacionárních nabíjecích stanic pro elektrobusy v dopravní síti.

V úvodních částech práce je pozornost věnována analýze vstupních podkladů a stanovení rozhodujících omezení pro návrh řešení. Pro řešení problému je zvolena metoda založená na matematickém programování, která patří mezi exaktní metody.

V návrhové části práce byl postupně sestavován matematický model úlohy, přičemž podstata modelu vycházela z obecného modelu lokační úlohy. Přes specifika konkrétního problému byl matematický model modifikován, aby vyhověl požadavkům konkrétní úlohy. Je třeba pamatovat na to, že nevýhodou modelů lokačních úloh obecně je skutečnost, že jsou sestavovány za účelem nalezení optima za určité období. Doba tohoto období musí být v modelu vhodným způsobem zapracována, v některých případech je tato doba těžko předvídatelná, a tak ji lze pouze odhadovat, díky čemuž může být nalezené optimální řešení z dlouhodobého hlediska i přes veškerou snahu o podrobnost vstupních dat pouze orientační. Jelikož vybudování nabíjecí stanice je vysoce nákladná investice a neproduktivně ujetá vzdálenost elektrobusu je ve srovnání s náklady na vybudování nabíjecí stanice poměrně nízká, dá se očekávat, že při nezohlednění dlouhodobé doby provozu se bude algoritmus snažit v rámci svých omezení nařídít vybudování co nejmenšího počtu nabíjecích stanic (v optimálním řešení pouze jednu) a všechny elektrobusy bude přiřazovat právě k dané stanici, protože v rámci jednoho provedeního cyklu budou náklady plynoucí z přiřazení nižší, než kdyby se přiřazování elektrobusů rozptýlilo na více nabíjecích stanic. Pak lze prohlásit, že v rámci jednoho cyklu (dne) by bylo řešení optimální. Z hlediska každodenního provozu se ovšem toto řešení ukazuje jako nevhodné, jelikož v jistém časovém okamžiku by každodenní náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost překročily náklady na vybudování další stanice, jejímž vybudováním před zahájením celého provozu by se náklady na neproduktivně ujetou vzdálenost podařilo snížit. I přes tuto komplikaci lze každodenní provoz snadno zohlednit pomocí drobné úpravy, a tou je vynásobení nákladů na neproduktivně ujetou vzdálenost počtem dní, ve kterých bude provoz zajištěn.

K náhradě autobusů elektrobusy bylo navrženo 65 oběhů vozidel provozovaných na dělených směnách. Z hlediska půlročního provozu (varianta A) model rozhodl pro umístění nabíjecích stanic do lokalit Garáže Hranečník, již přiřadil 37 oběhů elektrobusů,

Mírové náměstí (11 elektrobusů) a Opavská (19 oběhů elektrobusů). Některé oběhy elektrobusů vyžadují během směny i dvojí rychlonabíjení v jedné nabíjecí stanici anebo dvojí rychlonabíjení ve dvou nabíjecích stanicích. Skutečné náklady na vybudování nabíjecích stanic pro rychlonabíjení jsou 2 100 000,- Kč za 7 rychlonabíjecích stojanů, z nichž 4 je potřeba vybudovat ve stanici garáže Hranečnick, 2 ve stanici Opavská a 1 ve stanici Mírové náměstí. Pro 65 oběhů vozidel je nutno vybudovat i nabíjecí stanice pro pomalé nabíjení. Za předpokladu, že tyto nabíjecí stanice budou v blízkosti současných odstavných stanovišť vozidel, bude nutno v garážích Počáteční (Hranečnick) vybudovat nabíjecí stanici s 33 nabíjecími stojany pro pomalé nabíjení, v garážích Slavíkova (Poruba) nabíjecí stanici s 16 nabíjecími stojany pro pomalé nabíjení a ve stanovištích Hlučín a Sokolská třída po jednom nabíjecím stojanu pro pomalé nabíjení. Celkové investiční náklady pro vybudování nabíjecích stanic pro pomalé nabíjení jsou 6 120 000,-Kč. Celkově by do vybudování infrastruktury bylo nutno investovat 8 220 000,- Kč.

Počet nabíjecích stojanů ovšem nelze prohlásit za optimální ale pouze jako horní odhad, jelikož byl stanoven ručním rozbořem z harmonogramu rychlonabíjení nabíjecích stanic. Matematický model totiž rozhodoval pouze o umístění nabíjecích stanic. Není v něm ovšem zohledněno, aby rozhodoval i o počtu rychlonabíjecích stojanů v nabíjecí stanici, jelikož struktura modelu je sestavena tak, že algoritmus momentálně nedokáže identifikovat počet požadavků o rychlonabíjení, které přicházejí současně. Za tímto účelem by model musel být výrazně rozšířen, přičemž je obtížné v tomto stavu odhadnout, jak výrazné rozšíření modelu by bylo zapotřebí a jak velké komplikace by mohl takto rozsáhlý model způsobit při řešení. Nicméně uvedené modifikace mohou být otázkou dalšího vývoje navazujícího na výsledky dosažené v předložené práci.

Kromě potřeby dobudovat potřebnou infrastrukturu má nasazení elektrobusů další nevýhodu a to pořizovací cenu, jež je zapříčiněna především prozatímní kusovou výrobou, a která je ve srovnání s cenou běžného autobusu přibližně dvojnásobná, což se zároveň odráží na celkových nákladech na 1 km, které jsou o 3 Kč vyšší než u autobusů. Na druhou stranu je však nutno konstatovat, že provoz elektrobusů efektivně díky nižší hlučnosti a takřka nulovými emisemi snižuje ekologickou zátěž území, na kterém je provozován. Navíc podpora ekologického provozu je dotována jak státem tak Evropskou unií a vozidla určená pro dopravu pro cizí potřebu s elektrickým pohonem jsou osvobozena od silniční daně.



## Seznam použitých pramenů

- [1] Černý, J.; Kluvánek, P. Základy matematickej teórie dopravy. Bratislava: VEDA. 1990. ISBN 80-224-0099-8
- [2] Janáček, J. Matematické programování. Žilina: Žilinská univerzita v Žilině. 2. vydání. 2003. 225 s. ISBN 80-8070-054-0
- [3] Heřman, L. Verifikace optimality stávajícího způsobu distribuce pekárenských výrobků. Bakalářská práce. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Institut dopravy, 2010, 47 s.
- [4] SOR Libchavy spol. s.r.o. Městské elektrobusy [online]. © 2012 [cit. 2012-05-13]. Dostupné z: <http://www.sor.cz/site/elektrobus-sor-ebn-105>.
- [5] Gebauer, P. DPO, a.s. Elektrobus SOR EBN 10,5 [online]. Dostupné z: <http://www.futureage.eu/download/10---Pavel-Gebauer---web.pdf>.

## **Seznam příloh**

Příloha A – Seznam oběhů vozidel na dělených směnách (na přiloženém CD)

Příloha B – Informační tabulka a matice vzdáleností každého oběhu (na přiloženém CD)

Příloha C – Matice vzdáleností (na přiloženém CD)

Příloha D – Matice spotřeb (na přiloženém CD)

Příloha E – Matice disponibilních vzdáleností (na přiloženém CD)

Příloha F – Výpisy výsledků (na přiloženém CD)

Příloha G – Model v optimalizačním software Xpress-IVE (na přiloženém CD)

Příloha H – Interpretace nařízených rychlonabíjení (na přiloženém CD)